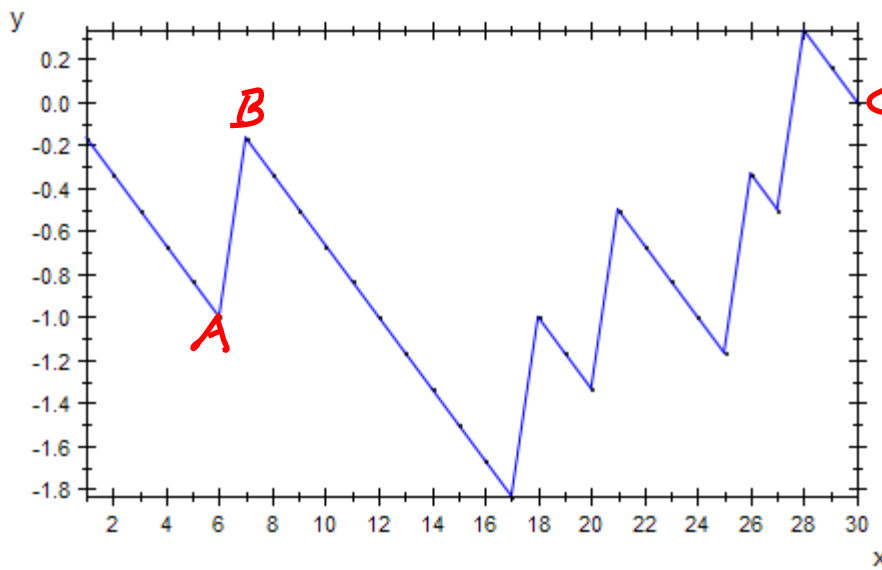


## Simulationen einer Bernoullikette, Würfeln

**sim(1/6,30,0.01,1)**

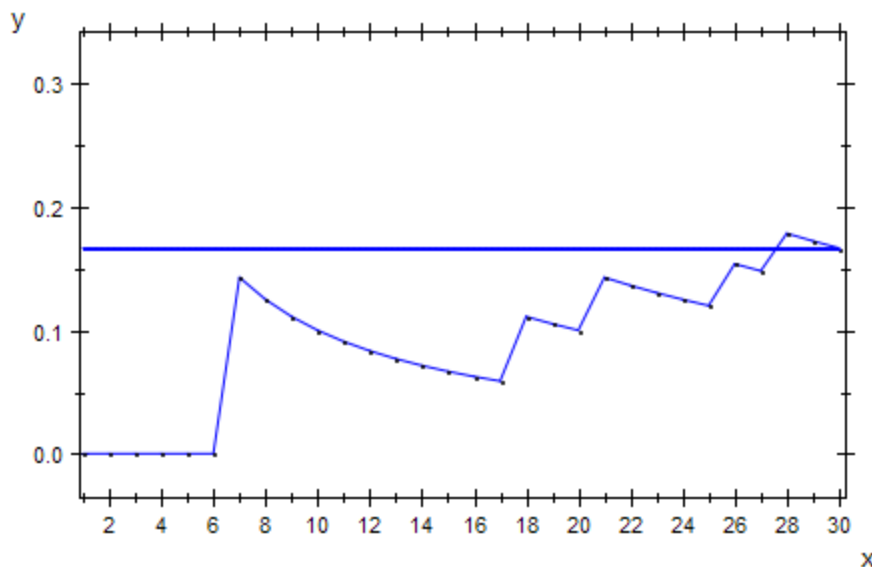


$k = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 1 \ A$

Ein echter Würfel wird gewürfelt.  $k$  ist die absolute Anzahl der Sechsen.  $p=1/6$  nach rechts ist die Zahl  $x$  der Würfe aufgetragen.  
 sim( $p, n, \text{eps}, \text{deltay}$ )  
 Ordinate: Absoluter Abstand vom Erwartungswert  $k-x*p$

Werte:  $-1/6, -2/6, -3/6, -4/6, -5/6, -6/6, 1-7/6, 1-8/6, \dots, 1-17/6, 2-18/6, \dots, 5-30/6$

**B**  $k=1$   $k=2$



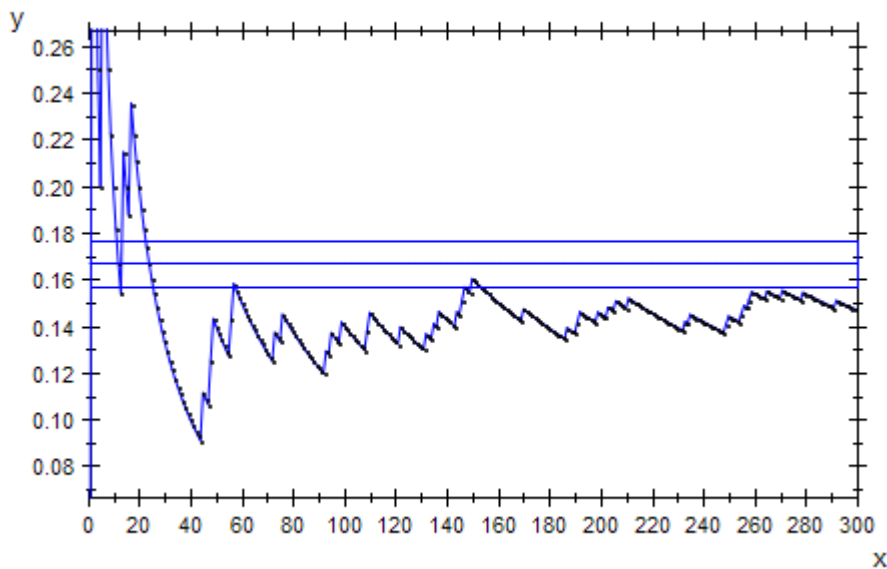
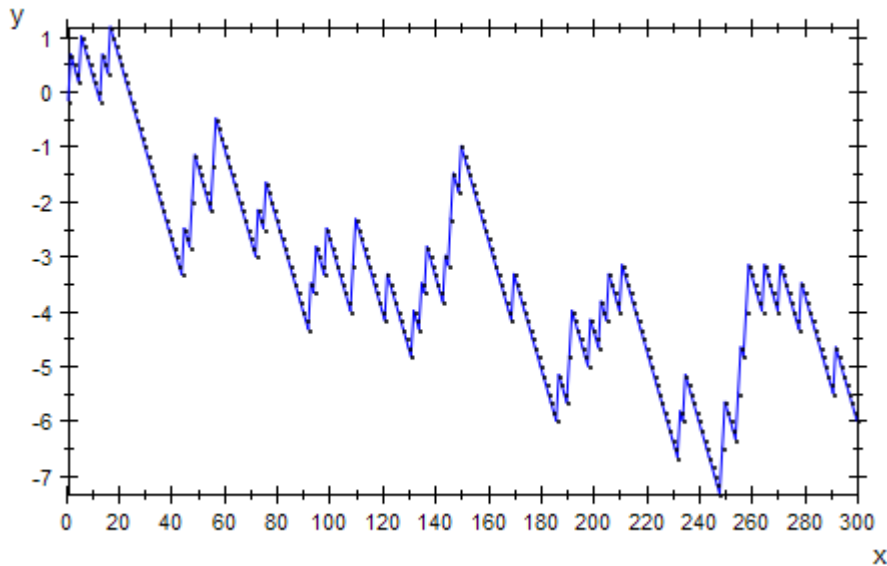
Ordinate: relative Häufigkeit  $k/i$   
 Gerade= Erwartungswert  $p = 1/6$

**[30, 0], [30.0, 0.1666666667], 0.1666666667**

Bei diesem Experiment war die Wurffolge:  
 aaaaaa6aaa aaaaaaa6aa 6aaaa6a6aa  
 Die relativen Häufigkeiten waren also  
 $0, 0, 0, 0, 0, 0, 1/7, 1/8, 1/9, \dots, 1/17, 2/18,$   
 $2/19, 2/20, 3/21, 3/22, 3/23, 3/24, 3/25,$   
 $4/26, 4/27, 5/28, 5/29, 5/30$

6=Es war eine 6  
 a=Es war andere Z.

**sim(1/6,300,0.01,0.1)**



Hier liegt man bei 300 Wurf noch um 2%-Punkte unter p

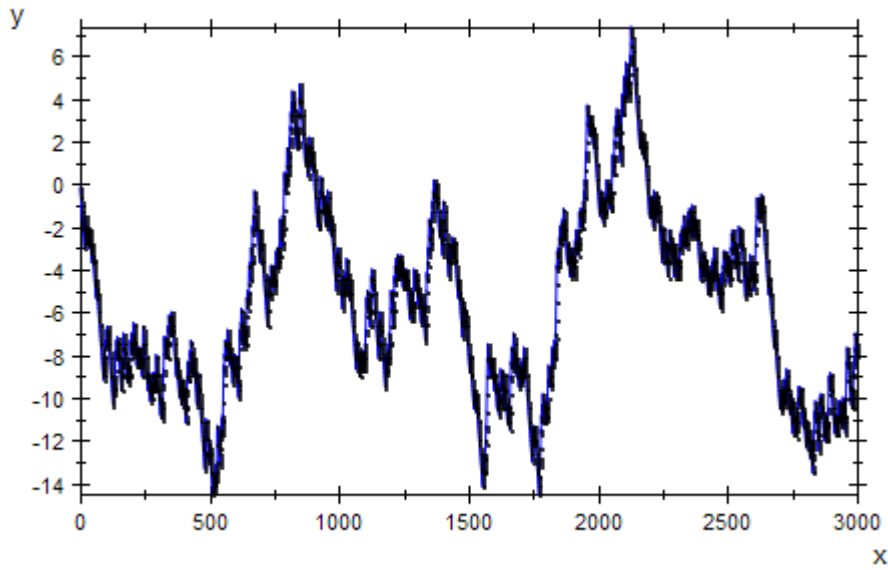
[300, -6], [300.0, 0.1466666667],  
0.1666666667

Wenn man hier den letzten Wert als im Sinne einer frequentistischen Wahrscheinlichkeit (siehe hier letzte Seite) als Näherung für die wahre Wahrscheinlichkeit einer Sechs genommen hätte, hätte man sich also um 2 % verschätzt.

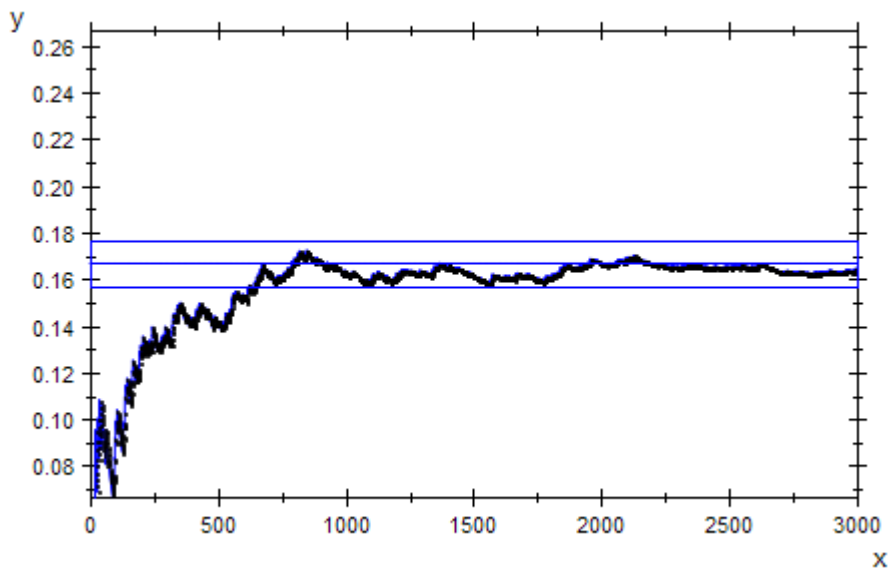
Es ist klar, dass man Experimente beim exakten Würfel nicht nötig hat, denn hier kann man die Laplace-Wahrscheinlichkeit als  $1/6$  bestimmen. Das heißt, es sind 6 Ereignisse gleichwahrscheinlich, also entfällt auf jedes Ergebnis  $1/6$ .

Mit der Methode: "Konfidenzintervall bestimmen"

`sim(1/6,3000,0.01,0.1)`



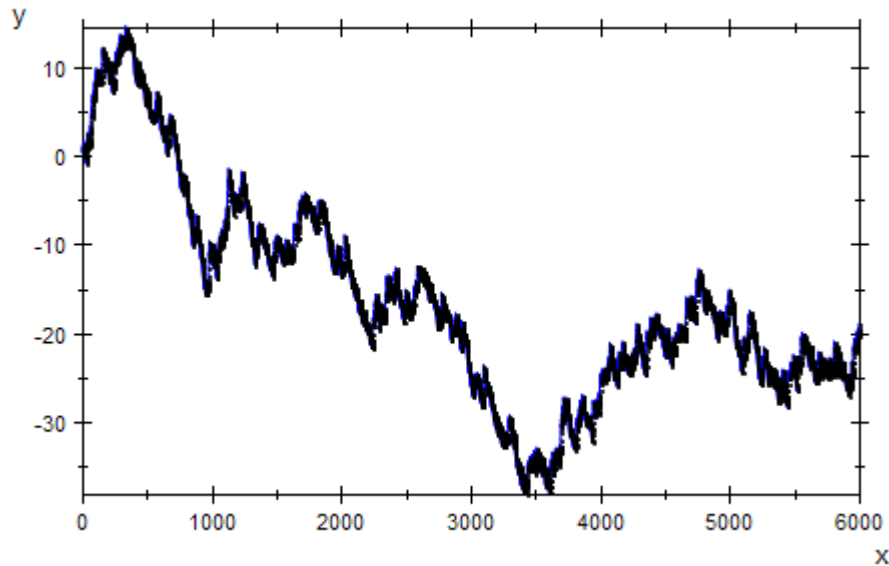
Bei 3000 Wurf werden die absoluten Abweichungen vom Erwartungswert größer, hier bis -14



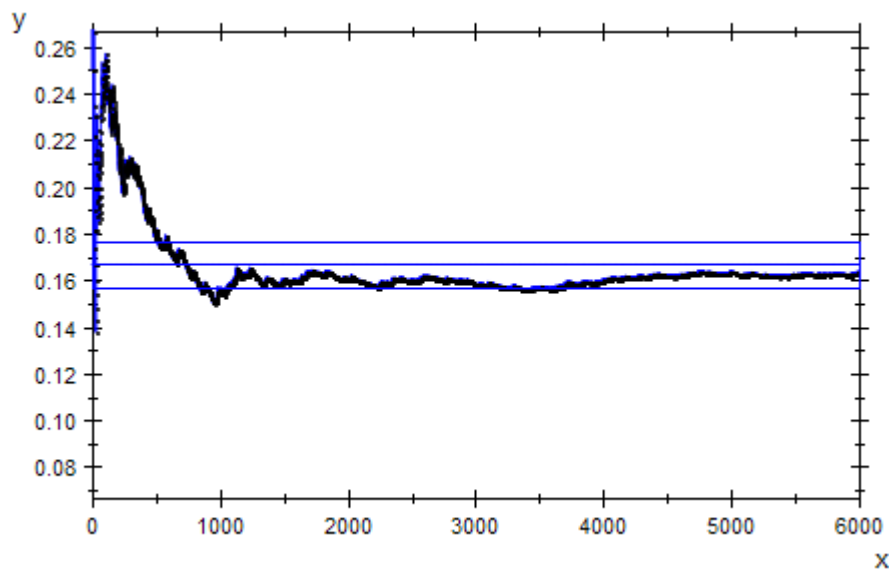
Die relativen Häufigkeiten pendeln sich aber schon ab etwa  $n=700$  in einem 1%-Streifen ein.

[3000, -8], [3000.0, 0.164], 0.166666667

**sim(1/6,6000,0.01,0.1)**



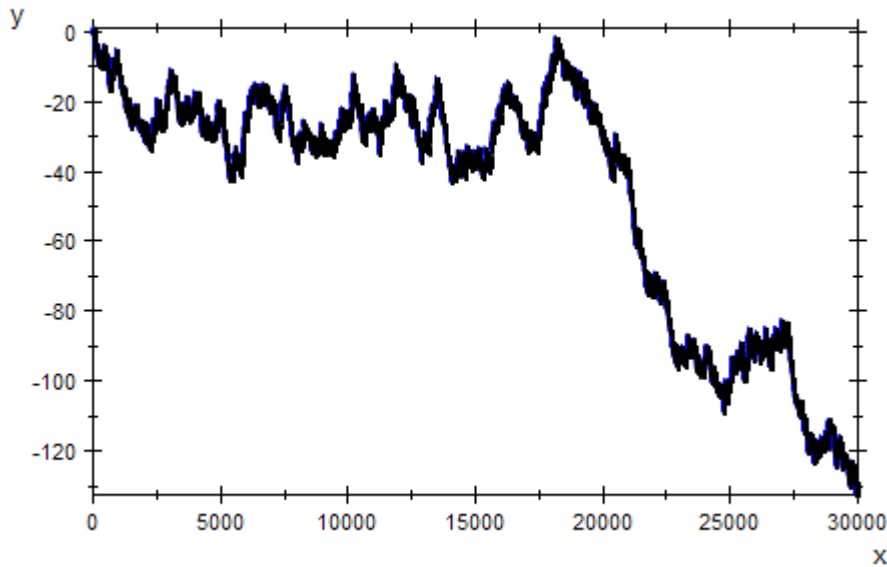
Bei diesem  
n=6000-  
Experiment  
kommen etwa bei  
3500 Wurf  
Abweichungen von  
fast 40 zustande



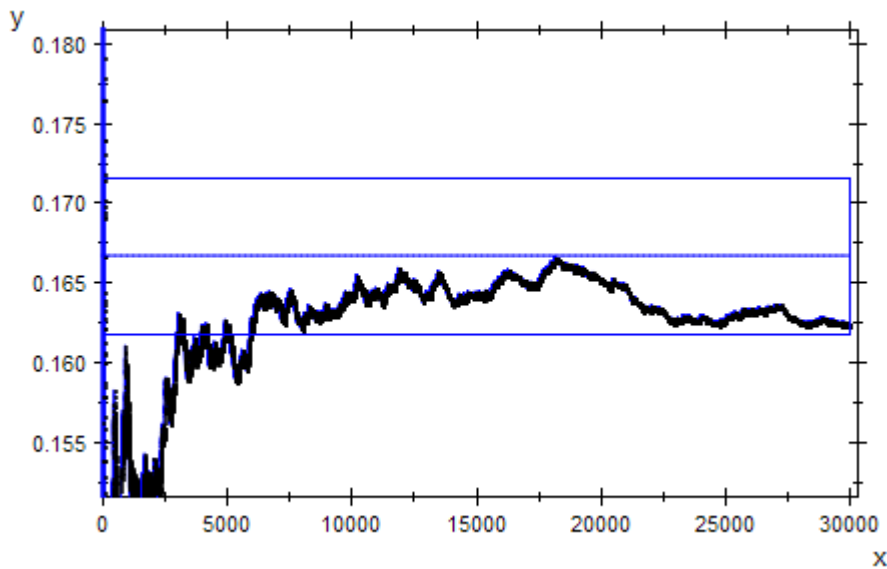
und der 1%-  
Streifen wird nach  
unten eine Weile  
lang verlassen

[6000, -19], [6000.0, 0.1635], 0.1666666667

`sim(1/6,30000,0.01,0.1)`



Wenn man nun meint, bei 30000 Wurf ist nun endlich alles "sicher", so sieht man hier, dass die Abweichung auf 132 geklettert ist.



[30000, -132], [30000.0, 0.1622666667], 0.1666666667

Nun gut, aber die relative Häufigkeit benimmt sich dennoch "anständig" Hier ist der Streifen 0,5% breit.

Aber merke: besser als 0,5% ist man auch bei 30000 Wurf noch nicht unbedingt.

Empirisches Gesetz der großen Zahl:

Mit wachsender Versuchszahl stabilisiert sich die relative Häufigkeit.

Man erhält so eine "frequentistische" Wahrscheinlichkeit, von der man hofft, dass sie der dem Versuch "innewohnenden", "objektiven" Wahrscheinlichkeit nahe kommt.