

# Ti nspire Stochastik, Markov-Prozesse

Matrizen in Mathe für alle MARKOV-Ketten (Ha 2010) **Hamburger Wetter**  
 Erst definieren wir die Übergangsmatrix aa. Dazu holen wir von den Vorlagen das Icon mit der 3x3-Matrix. **Regen // Stratuswolken // Haufenwolken( Schönwetter)**

$$aa := \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 0.7 & 0.1 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 0.7 & 0.1 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{bmatrix} \text{ Dies ist eine Mathe-Zelle, mit Enter auswerten.}$$

Neue Mathe-Zelle mit ctrl M eröffnen:

$$aa^2 \rightarrow \begin{bmatrix} 0.33 & 0.42 & 0.25 \\ 0.25 & 0.58 & 0.17 \\ 0.17 & 0.42 & 0.41 \end{bmatrix} \text{ Diese Matrix beantwortet die "Übermorgen-Fragen", z. B.}$$

folgt aus "heute Stratuswolken" übermorgen mit einer Wahrscheinlichkeit von 25% Regen.

$$aa^3 \rightarrow \begin{bmatrix} 0.274 & 0.468 & 0.258 \\ 0.258 & 0.532 & 0.21 \\ 0.21 & 0.468 & 0.322 \end{bmatrix} \text{ Dies gilt für den Tag nach übermorgen.}$$

Nun bilden wir eine hohe Potenz:  $aa^{10} := aa^{10} \rightarrow \begin{bmatrix} 0.249948 & 0.499948 & 0.250105 \\ 0.250105 & 0.500052 & 0.249843 \\ 0.249843 & 0.499948 & 0.25021 \end{bmatrix}$

$$aa^{20} \rightarrow \begin{bmatrix} 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \end{bmatrix}$$

Man sieht, dass sich die Zeilen nicht mehr unterscheiden. Diese drei gleichen Zahlen bedeuten (gerundet): Mit  $aa^{10}[1,1] \cdot 100 \rightarrow 24.9948\%$  Wahrscheinlich ist an einem beliebigen Tag in Hamburg Regen, mit  $aa^{10}[1,2] \cdot 100 \rightarrow 49.9948\%$  findet man Stratuswolken von und mit  $aa^{10}[1,3] \cdot 100 \rightarrow 25.0105\%$  sind die schönen Haufenwolken da. (die automatisch herausgegriffenen Zahlen sind natürlich runden!)

Es handelt sich also um die Wetterverteilung "auf lange Sicht".

Sie sehen noch, dass die Benennung der zehnten Potenz, ich habe aa10 als Name gewählt, erlaubt, mit eckigen Klammern auf die einzelnen Elemente der Matrix zuzugreifen. Dadurch sind beim Neuauswerten dieser Seite die Prozentangaben stets richtig. Also  $Name[2,3]$  ist das Element  $a_{2,3}$  der Matrix "Name". Entsprechendes gilt auch für Listen.

Datei **markov.tns**

In dieser Datei wird gezeigt, wie man eine Übergangsmatrix und ihre Potenzen berechnet.

Siehe [www.leuphana.de/matheomnibus](http://www.leuphana.de/matheomnibus)  
 Vorlesung 11

© Spielwiese

$$aa := \begin{bmatrix} 0.1 & 0.8 & 0.1 \\ 0.6 & 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0.1 & 0.8 & 0.1 \\ 0.6 & 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{bmatrix}$$

$$aa^2 \quad \begin{bmatrix} 0.52 & 0.27 & 0.21 \\ 0.24 & 0.58 & 0.18 \\ 0.33 & 0.42 & 0.25 \end{bmatrix}$$

$$aa^{10} \quad \begin{bmatrix} 0.3601 & 0.43462 & 0.20528 \\ 0.358082 & 0.43691 & 0.205008 \\ 0.3589 & 0.435982 & 0.205119 \end{bmatrix}$$

Natürlich kann man, wenn man's dann gelernt hat, auch ganz fix rechnen.