Wirtschaftsfunktionen, frei, 4 Pkte

Wirtschaftsfunktionen mit frei wählbarer Kostenfunktion

als Polynom 3. Grades

Prof Dr. Dörte Haftendorn 2012 Definition eines Polynoms als Kostenfunktion, das durch 4 frei ziehbare Punkte verläuft.

Newton−Interpolation *(Man braucht man nicht im Einzelnen zu verfolgen,*

wie die Kostenfunktion erzeugt wird.)

mgl. Ausgangssituation A=[0,3]; B=[2,5]; C=[5,6]; D=[7,8]

apx:=0 ▸ 0 **bpx**:=2 ▸ 2 **cpx**:=5 ▸ 5 **dpx**:=7 ▸ 7

apy:=3 ▸ 3 **bpy**:=5 ▸ 5 **cpy**:=6 ▸ 6 **dpy**:=8 ▸ 8

Das Handwerk zum Punktesetzen und "zugfest" machen ist auf Seite 2 des zweiten Problems der Lagrange−Interpolation beschrieben.

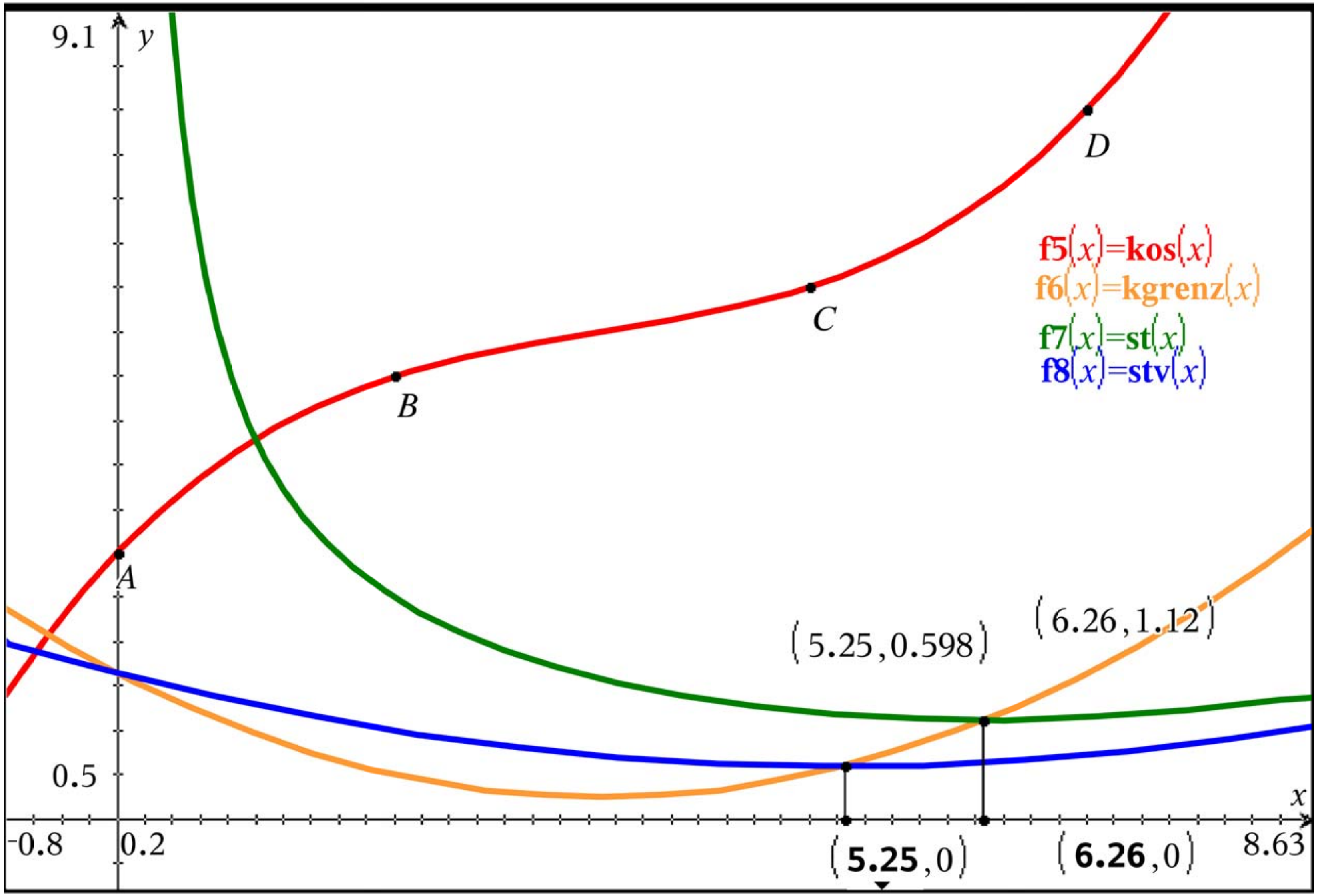
ne0(x):=1 ▸ *Fertig* **ne1**(x):=$x-$**apx** ▸ *Fertig* **ne2**(x):=$(x-$**apx**$)\cdot(x-$**bpx**$)$ ▸ *Fertig*

ne3(x):=$(x-$**apx**$)\cdot(x-$**bpx**$)\cdot(x-$**cpx**$)$ ▸ *Fertig*

Ziehe im Graph−Fenster etwas an D (oder den anderen Punkten) und beobachte,

wie sehr sich die eben genannten Wirtschaftsgrößen ändern.

1.1


9.1
y
D
f5(x)=kos(x)
f6(x)=kgrenz(x)
C
f7(x)=st(x)
f8(x)=stv(x)
B
A
(6.26,1.12)
(5.25,0.598)
0.5
x
-0.8
0.2
(5.25,0)
(6.26,0)
8.63

1.2

$\mathbf{pn}(x):=c1\cdot \mathbf{ne0}(x)+c2\cdot \mathbf{ne1}(x)+c3\cdot \mathbf{ne2}(x)+c4\cdot \mathbf{ne3}(x)$ ▸ *Fertig*

Bedingungen

$\mathbf{gla}:=\mathbf{pn}(\mathbf{apx})=\mathbf{apy}$ ▸ $c1=3$

$\mathbf{glb}:=\mathbf{pn}(\mathbf{bpx})=\mathbf{bpy}$ ▸ $c1+2\cdot c2=5$

$\mathbf{glc}:=\mathbf{pn}(\mathbf{cpx})=\mathbf{cpy}$ ▸ $c1+5\cdot c2+15\cdot c3=6$

$\mathbf{gld}:=\mathbf{pn}(\mathbf{dpx})=\mathbf{dpy}$ ▸ $c1+7\cdot c2+35\cdot c3+70\cdot c4=8$

Dieses Gleichungssystem ist von oben aufgerollt von Hand einfach zu lösen.

Erst c1, dann c2, dann c3, dann c4. Hier geht es einfacher zusammen:

$\mathbf{lo}:=\text{solve}(\{\mathbf{gla},\mathbf{glb},\mathbf{glc},\mathbf{gld}\},\{c1,c2,c3,c4\})$

▸ $c1=3$ and $c2=1$ and $c3=\frac{-2}{15}$ and $c4=\frac{4}{105}$

$\mathbf{kos}(x):=\mathbf{pn}(x)|\mathbf{lo}$ ▸ *Fertig* **ist die gesuchte Kostenfunktion, die man frei modellieren kann.** $\mathbf{kos}(x)$ ▸ $\frac{4\cdot x^3}{105}-\frac{2\cdot x^2}{5}+\frac{173\cdot x}{105}+3$

1.3

$\mathbf{kos}(x) \blacktriangleright \frac{4\cdot x^3}{105}-\frac{2\cdot x^2}{5}+\frac{173\cdot x}{105}+3$ **Kostenfunktion. Sie wird frei modelliert z.B. in den Graph−Fenstern oder Durch Neueingabe der Koordinaten von A,B, C,D.**

$\mathbf{kosfix}:=\mathbf{kos}(0) \blacktriangleright 3$

$\mathbf{kgrenz}(x):=\frac{d}{dx}(\mathbf{kos}(x)) \blacktriangleright \mathit{Fertig}$ $\mathbf{kgrenz}(x) \blacktriangleright \frac{4\cdot x^2}{35}-\frac{4\cdot x}{5}+\frac{173}{105}$ Grenzkosten

$\mathbf{kv}(x):=\mathbf{kos}(x)-\mathbf{kosfix} \blacktriangleright \mathit{Fertig}$ $\mathbf{kv}(x) \blacktriangleright \frac{4\cdot x^3}{105}-\frac{2\cdot x^2}{5}+\frac{173\cdot x}{105}$ Variable Kosten

Stückkosten

$\mathbf{st}(x):=\frac{\mathbf{kos}(x)}{x} \blacktriangleright \mathit{Fertig}$ $\mathbf{st}(x) \blacktriangleright \frac{4\cdot x^3-42\cdot x^2+173\cdot x+315}{105\cdot x}$

1.4

variable Stückkosten

$\mathbf{stv}(x):=\dfrac{\mathbf{kv}(x)}{x}$ ▸ *Fertig* $\mathbf{stv}(x)$ ▸ $\dfrac{4\cdot x^2-42\cdot x+173}{105}$ ⚠

Weitere Berechnungen

$\mathbf{bmi}:=\text{zeros}(\text{kgrenz}(x)-\mathbf{stv}(x),x)$ ▸ $\left\{0,\dfrac{21}{4}\right\}$ ⚠ $\mathbf{bmin}:=\mathbf{bmi}[2]$ ▸ 5.25

Betriebsminimum

$\text{bma}:=\text{zeros}(\text{kgrenz}(x)-\mathbf{st}(x),x)$ ▸ $\{6.25605\}$ $\mathbf{bmax}:=\mathbf{bma}[1]$ ▸ 6.25605

Betriebsmaximum

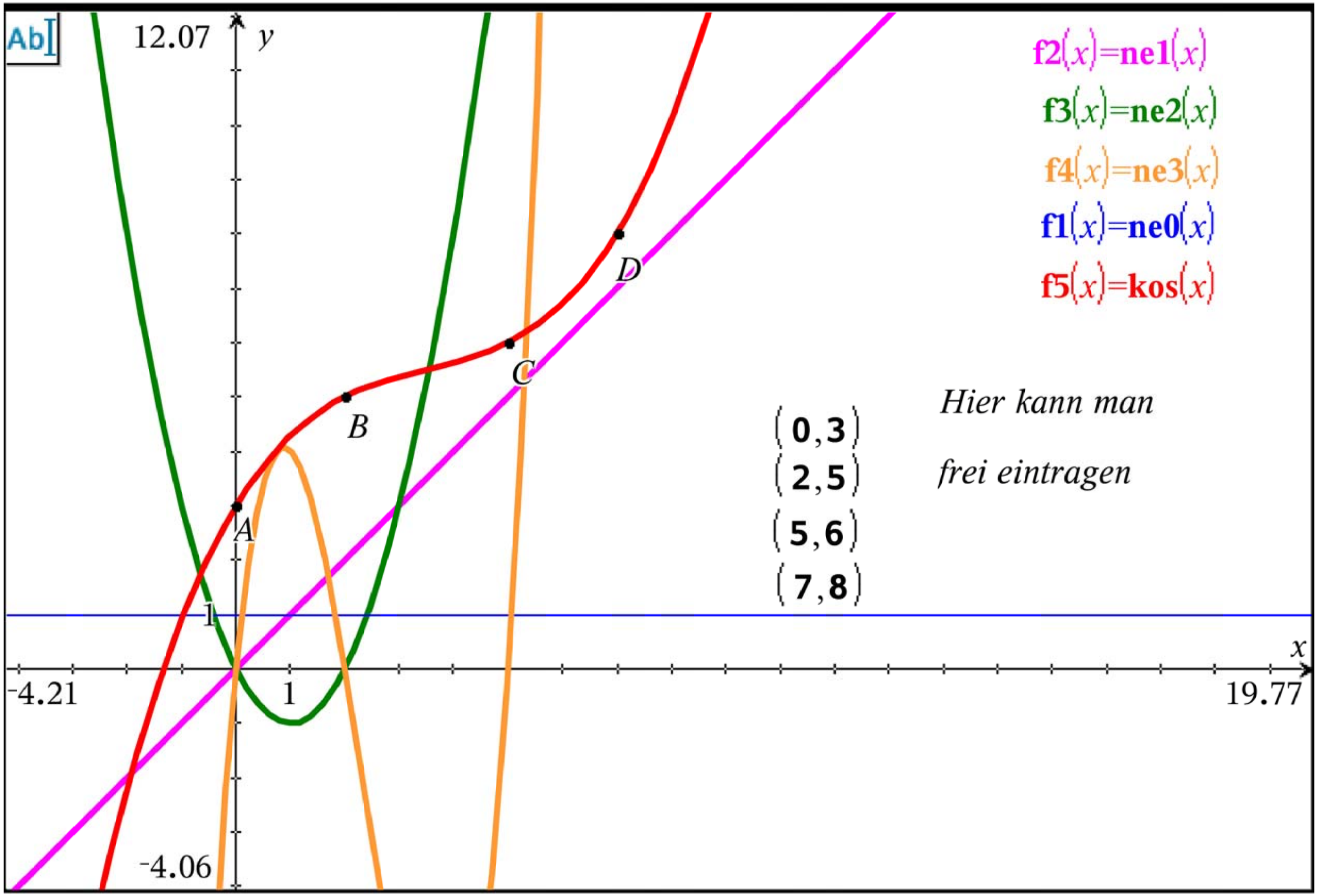
$\mathbf{kpug}:=\mathbf{stv}(\mathbf{bmin})$ ▸ 0.597619 $\mathbf{kpug}$ ▸ 0.597619 kurzfristige Preisuntergrenze

$\mathbf{lpug}:=\mathbf{st}(\mathbf{bmax})$ ▸ 1.11571 langfristige Preisuntergrenze

Ziehe im Graph−Fenster etwas an D (oder den anderen Punkten und beobachte, wie sehr sich die eben genannten Wirtschaftsgrößen ändern.

Das letzte Graph−Fenster erläutert nur das Konzept der Newton−Interpolation.

1.5


12.07
y
f2(x)=ne1(x)
f3(x)=ne2(x)
f4(x)=ne3(x)
f1(x)=ne0(x)
f5(x)=kos(x)
D
C
B
A
Hier kann man
frei eintragen
(0,3)
(2,5)
(5,6)
(7,8)
1
x
-4.21
1
19.77
-4.06

1.6