Haftendorn 2011

Newtons Interpolationspolynom

Die Stützpunkte $P_0, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$

A B C D E F

sollen von dem Polynom n genau erreicht werden

$n(x_i) = y_i$ Zahl der Punkte $z+1$, Polynomgrad z

Das Polynom n wird schrittweise aus den angepassten Basis-Polynomen N_i aufgebaut.

$\boxed{N_0(x) = 1}$, $N_1(x) = N_0(x) \cdot (x - x_0)$

$\vdots$

$\boxed{N_i(x) = N_{i-1}(x)(x - x_{i-1})}$

oder $N_{i+1}(x) = N_i(x)(x - x_i)$

I

N_i hat an den Stellen $x_0, x_1 \ldots, x_{i-1}$ Nullstellen ist vom Grad i, hat also bei x_i (und $x_{i+1} \ldots$) keine Nullstelle

Dadurch kann N_i aus $N_0, \ldots N_{i-1}$ nicht linear kombiniert werden

Die N_i bilden eine Basis im Polynomraum $\mathbb{P}_i$

Hilfspolynome h_i werden schrittweise aufgebaut

Ziel $n(x) = \underbrace{\underbrace{\underbrace{c_0 N_0(x)}_{h_0(x)} + c_1 N_1(x)}_{h_1(x)} + c_2 N_2(x)}_{h_2(x)} \ldots + c_z N_z(x)$ ...

$n(x_0) = y_0$

$\Rightarrow \boxed{c_0 = y_0}$ $h_0(x) := c_0 N_0(x) = \boxed{y_0 = h_0(x)}$

$c_1 = \dfrac{y_1 - h_0(x_1)}{N_1(x_1)}$ $h_1(x) := h_0(x) + c_1 N_1(x)$

II $\boxed{c_i = \dfrac{y_i - h_{i-1}(x_i)}{N_i(x_i)}}$ $\boxed{h_i(x) := h_{i-1}(x) + c_i N_i(x)}$

$\boxed{n(x) := h_z(x)}$ III