

Terme und Gleichungen mit Leben füllen

Algebraische Kurven
und andere bewegliche Objekte

$$(x^2 + y^2)(y - a)^2 = k^2 y^2$$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de

Terme und Gleichungen mit Leben füllen

Gliederung

- 1) Gleichungen mit zwei Variablen haben ein Bild im 2D-Koordinatensystem
- 2) Funktionen mit zwei Variablen haben ein Bild im 3D-Koordinatensystem
- 3) Terme mit zwei oder mehr Variablen werden zu Funktionstermen für Variable und Parameter
...und alles steht im Internet in den
Bereichen Kurven, Graphen, Gleichungen...
www.mathematik-verstehen.de oder (identisch)
<http://haftendorn.uni-lueneburg.de>

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de

1) Gleichungen mit zwei Variablen haben ein Bild im 2D-Koordinatensystem

Sinn ? $(x^2 + y^2)(y - a)^2 = k^2 y^2$?

Sinngebung
! $(x^2 + y^2)(y - 1)^2 = 2^2 y^2$!

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de

Terme und Gleichungen mit Leben füllen

? $(x^2 + y^2)(y - a)^2 = k^2 y^2$?

Weg:
geometrisches Handeln

! $(x^2 + y^2)(y - 1)^2 = 2^2 y^2$!

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de

Einführungsbeispiel: Die Hundekurve

Handeln
Beobachten

Geometrisch erfassen

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de

Einführungsbeispiel: Die Hundekurve, Konchoide des Nikomedes

Zeichnen
Realisieren im DGS
Ortskurve erzeugen

GeoGebra pur

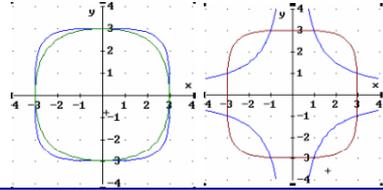
Handeln, sehen, systematisieren

Dynageo Hundekurve

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg, www.uni-lueneburg.de/mathe-lehramt

Term- und Gleichungs-Umformungen prüfen

Stelle dar.....



Merke: Wenn zu der umgeformten Gleichung eine **andere Kurve** erscheint, war die **Umformung sicher falsch**.

Erscheint dieselbe Kurve, **kann** die Umformung richtig sein. Es kann aber auch sein, dass der Fehler so klein oder so geartet ist, dass man ihn am Computer nicht sieht.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de

Terme und Gleichungen mit Leben füllen

Das war:
1) Gleichungen mit zwei Variablen haben ein Bild im 2D-Koordinatensystem

Pascalsche Schnecken
Gärtner-Ellipse
Weitere Konchoiden
Kissoide



auf der Site
www.mathematik-verstehen.de

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de

Erkundungen, Parametervariation, „Termsensibilisierung“

Algebraische Kurven Bildergalerie - Erkundungsaufgabe

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

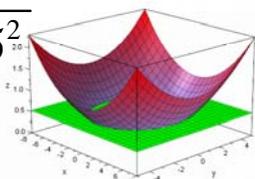
KB	Kartesisches Blatt	$x^2 + y^2 = 3kxy$	
Ro	Rosencurve	$(x^2 + y^2)^2 = c^2 x^2 y^2$	
Bo	Boothsche Lemniskaten	$(x^2 + y^2)^2 = k^2 \left(\frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} \right)$ 3 H.	a=1, k=2, a=1, k=2, a=1, k=2.
BL	Bernoullische Lemniskate	$(x^2 + y^2)^2 = c(x^2 - y^2)$	
KI	Alp. Kissoiden	$x^2(c-y) = y^2(c(k-1)+y)$	Keine für welche k ergeben sich od. 3 Et. St. Tr. ?

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de

Terme und Gleichungen mit Leben füllen

2) Funktionen mit zwei Variablen haben ein Bild im 3D-Koordinatensystem

$$z(x, y) = \frac{x^2}{7^2} + \frac{y^2}{5^2}$$

$$\frac{x^2}{7^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$$


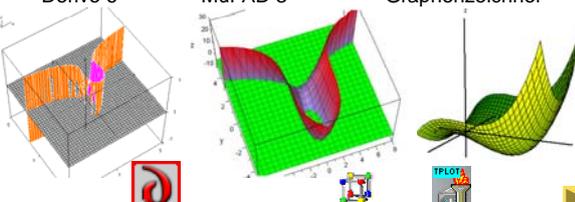
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de

Funktionen mit zwei Variablen haben ein Bild im 3D-Koordinatensystem

Und mit welchen Werkzeugen kann man das untersuchen?

$$F(x, y) = x^2(c - y) - y^2(c + y)$$

Derive 6 MuPAD 3 Graphenzeichner



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de

Terme und Gleichungen mit Leben füllen

Das war:
2) Funktionen mit zwei Variablen haben ein Bild im 3D-Koordinatensystem

Jetzt kommt:
3) Terme mit zwei oder mehr Variablen werden zu Funktionstermen für Variable und Parameter

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de

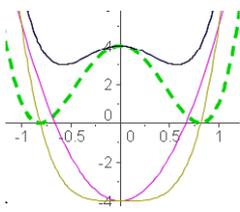
Terme mit zwei oder mehr Variablen werden zu Funktionstermen für Variable und Parameter

 **GeoGebra** $(3a^2 - 2b)^2$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de

Terme mit zwei oder mehr Variablen werden zu Funktionstermen für Variable und Parameter

 **GeoGebra** $(3a^2 - 2b)^2$



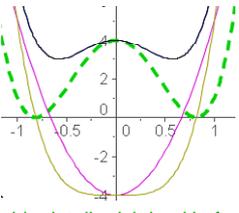
$9x^2 - 4b^2$
 $9x^4 - 4b^2$
 $9x^4 - 6x^2b + 4b^2$

Leider ist die richtige Umformung noch nicht dabei.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de

Terme mit zwei oder mehr Variablen werden zu Funktionstermen für Variable und Parameter

 **GeoGebra** $(3a^2 - 2b)^2$



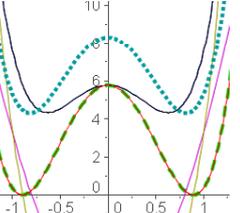
$9x^2 - 4b^2$
 $9x^4 - 4b^2$
 $9x^4 - 6x^2b + 4b^2$

Leider ist die richtige Umformung noch nicht dabei.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de

Terme mit zwei oder mehr Variablen werden zu Funktionstermen für Variable und Parameter

 **GeoGebra** $(3a^2 - 2b)^2$

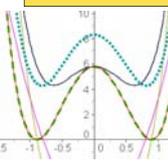


$9x^4 - 12x^2 + 4b^4$

Variere dann b
 Pech und Panne
 Aber jetzt
 $9x^4 - 12bx^2 + 4b^2$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de

Terme mit zwei oder mehr Variablen werden zu Funktionstermen für Variable und Parameter



Merke: Wenn zu dem umgeformten Term eine **andere Kurve** erscheint, war die **Umformung sicher falsch**.

Erscheint dieselbe Kurve, **kann** die Umformung richtig sein. Bleibt es beim Variieren der anderen Parameter dieselbe Kurve, so hast du gute Chancen, dass du richtig umgeformt hast.

Es kann aber immernoch sein, dass der Fehler so klein oder so geartet ist, dass man ihn am Computer nicht sieht.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de

Evaluation aus Schülersicht

- Bemerkungen eines Schülers Klasse 8:

Als wir dann am Ende der 8. Klasse doch noch zu den Geraden kamen, war es sehr einfach, denn eine Gerade ist ja der simpelste Fall einer Kurve.

....Mathematikunterricht noch nie solch einen Spaß gemacht. Wir hätten auch gern noch weitergemacht, doch sind Schuljahre oft kürzer als man denkt..

4 Jahre später:
 Für mich waren das, was sonst so in Mathe kam, in den folgenden Jahren nicht nur Formeln und irgendwelche Punkte auf dem Papier.

.....ganz anderer Blick auf Mathe

Johannes Härke [Abi 2003]

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de

Evaluation aus Sicht der Studierenden (anonym)

Sicht auf Mathematik?
 Seit dem per dich noch nichts ein großes
 Erlebnis gehabt -> Mathematik, besteht nicht nur aus
 vorgegebenen Fragen formulieren, sondern
 kann aus selbst gestaltet werden
 ↳ einer weichen größeren Eindrucke

Der Umgang mit Computern und Programmen wie
 z.B. Derive ist bei diesem Thema sehr sinn-
 voll, da schnell das "Aussehen" von Gleichungen
 dargestellt werden kann.

Transparenz bei in der Schule
 ist das was des meiste was gibt in
 der Vorlesung gemacht haben kann man
 auch in der Schule verwenden (z.B. Heron
 (Winkelrechner), sowie wenn vorhanden das
 Rechner mit der TI

▶

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de

Evaluation aus Sicht der Studierenden (anonym)

Alle Art von Computern sind bisher sehr positiv
 gegenüber, weil sie fand, sie behandeln mich beim
 denken. Durch die Anwendung ist hat man aber
 man das Gefühl, man kann sein Wissen jetzt
 besser verbinden und es ist auch gut GUT
 vorstellen.

In der Schule könnte ich mir vorstellen die Teilschnitte
 zu behandeln. Insbesondere, wo nie auch in der
 Lebenswelt der Schüler vorkommen z.B. Kegelkegel.
 Die Gedankenkonstruktionen finde ich ebenfalls sehr anschaulich
 für die Schule.

Auch die Übergänge
 die einzelnen Teilschnitte ineinander werden sehr
 gut deutlich.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de

Evaluation aus Sicht der Studierenden (anonym)

Mir hat die Ordnung genügt, wie eng die mathematischen
 Themen zusammen hängen. Sie hat mir ebenfalls
 genügt, mit welchen einfachen Mitteln (60°, Pythagoras,...)
 teilweise Formeln hergeleitet werden können.

Veränderung der Sicht der Mathematik
 Ja, mir machen Termumformungen
 Spaß, aber dass in allen
 Themen, die wir bearbeitet haben
 so viel Mathematik abläuft, hätte
 ich nicht gedacht.
 Außerdem bin ich immer wieder
 baff, wie die "kleinen" Themen
 Gebiete der Mathematik ineinander greifen.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de

Sicht der Lehrenden

**Die Ästhetik in der Mathematik
 wird von uns sträflich
 vernachlässigt!**

**Was ist das
 Termgeturne denn
 wert, wenn es
 weder beherrscht
 noch verstanden
 wird?**

**Die Mathematik-Lehrerschaft
 stellt die Brille her, durch die
 die Gesellschaft die
 Mathematik sieht**

**Engagieren wir uns für eine reichhaltige und
 nachhaltige Mathematik im Lehramtsstudium, in
 der Lehrerfortbildung und in der Schule!**

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de

Terme und Gleichungen mit Leben füllen

**Vielen Dank für Ihre
 Aufmerksamkeit**



$$(x^2 + y^2)(y - a)^2 = k^2 y^2$$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de