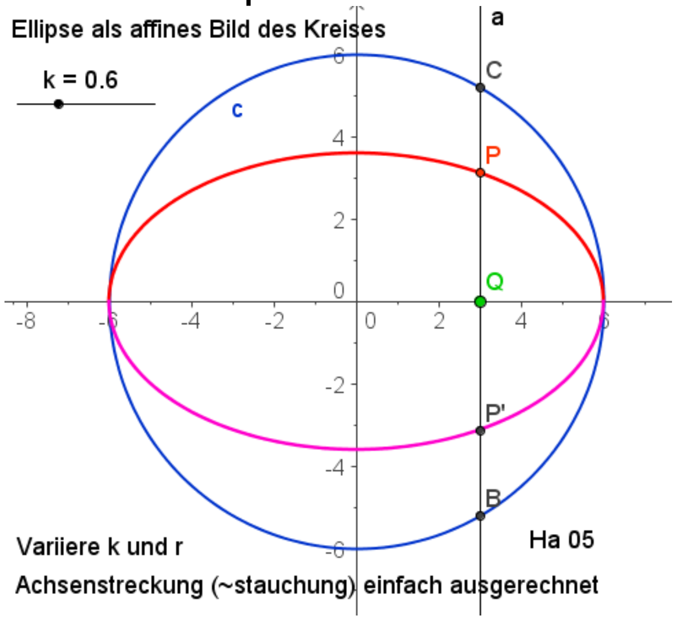
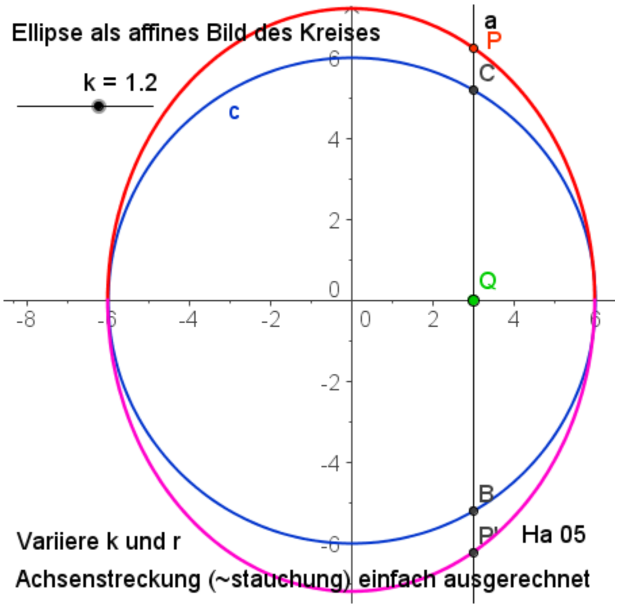
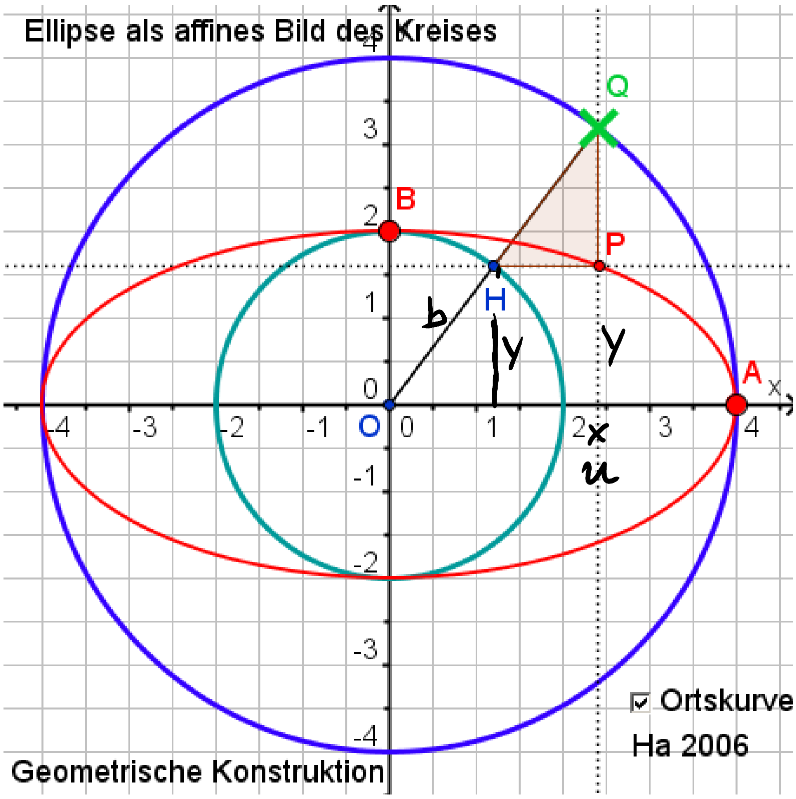
Kurven: Ellipse als affines Bild des Kreises







Das affine Bild des Kreises definieren wir als Ellipse.

Abbildungen, die parallelentreu sind, heißen affine Abbildungen. Dazu gehören die Kongruenzabbildungen, die Ähnlichkeitsabbildungen, die Scherungen, die Parallelprojektionen (also auch parallelentreue Abbildungen des Raumes 3D in die Ebene 2D). Affine Abbildungen werden in der Linearen Algebra mit einer Gleichung vom Typ

$$\vec{p}\,' = A\,\vec{p} + \vec{t}$$

beschrieben.

Herleitung einer Gleichung für das affine Bild des Kreises.

$Q = (u, v)$, $P = (x, y)$ Weg von Q $u^2 + v^2 = a^2$

Strahlensatz: $\frac{v}{y} = \frac{a}{b}$; es ist $u = x$

Also $x^2 + \left(\frac{a}{b} y\right)^2 = a^2$

$$x^2 + \frac{a^2 y^2}{b^2} = a^2$$

Ellipsengleichung in Mittelpunktslage

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1}$$