

Ist $2^n \bmod n = 2$ ein Primzahl-Test?

Mathematik mit MuPAD 3.11, Prof. Dr. Dörte Haftendorn überarbeitet Sept. 05

Web: www.uni-lueneburg.de/mathe-lehramt www.uni-lueneburg.de/ing-math

Achtung: Menu ->Notebook->Evaluieren->Alle Eingaben

$$2^{p-1} \equiv 1 \pmod{p} \quad \text{also} \quad 2^p \equiv 2 \pmod{p}$$

Wenn p prim, dann ist

Kleiner Fermatscher Satz

Gilt das auch umgekehrt? Antwortversuch in Einfach-Programmierung, Suche auch in anderen Bereichen. Entwickle eine bessere Prozedur.

```
• test:=n->if powermod(2,n,n)=2 then factor(n)else ""
  end_if
```

```
      n -> (if powermod(2, n, n) = 2 then
            factor(n)
            else
            ""
            end_if)
```

```
• test(n)$ n=1..1000;
```

```
.... "", 3, "", 5, "", 7, "", "", "", 11, "", 13, "",
"", "", 17,.....ganz viele Primzahlen, aber auch:
```

```
    "", 11 31, ..... "", "", 3 11 17, "", 563,.....
    "", 1999, ""
```

<pre>• 11*31; 2^% mod % 341 • 2</pre>	<pre>• 3*5*43; 2^% mod % 645 2 • 3*13*17;</pre>	<pre>• 7*13*19; 2^% mod % 1729 2 • 3*5*127; 2^% mod % 1905 2</pre>
---	---	--

Also sind bis 2000 mind. 7 Ausnahmen gefunden worden.

$$2^n \equiv 2 \pmod{n}$$

Wenn $2^n \equiv 2 \pmod{n}$, dann folgt nicht unbedingt, dass n prim ist.

Dies ist also kein Primzahltest.

Es lohnt sich aber weitere Prüfungen erst anzustellen, wenn $2^n \bmod n = 2$ ist.

Diese Bedingung ist notwendig aber nicht hinreichend.