

## Algebra-Zahlentheorie Aufgaben

- (1) Führen Sie den erweiterten euklidischen Algorithmus vollständig von Hand durch für das Zahlenpaar  $(223, 70)$   
 Prüfen Sie mit TI durch Eingabe von `ggte(223,70)`  
 Prüfen Sie in wxMaxima mit `gcdex(223,70)`  
gcd=greatest common divisor=ggd, ex=extended=erweitert  
 Bestimmen Sie von Hand  $223$  modulo  $70$ .  
 TI: `mod(223,70)` wxMaxima `mod(223,70)`
- „von Hand“ heißt:  
mit allen  
Zwischenschritten
- (2) Bestimmen Sie auf alle!!! auf Seite 15 vorgestellten Arten das Inverse von  $13$  modulo  $70$  und prüfen Sie von Hand.
- (3) Zerlegen Sie  $70$  in Primfaktoren (sinnvoll von Hand).  
 Mit CAS: `factor(70)`  
 Geben Sie begründet (mit systematischer Primfaktoren-Auswahl) alle Teiler von  $70$  an. Mit TI `teiler(70)` (Ha-Krypto-Tool) wxMaxima `divisors(70)`
- (4) Geben Sie von Hand durch einige Worte begründet die ersten  $10$  zu  $70$  teilerfremden Zahlen an.  
 Bestimmen Sie mit CAS die Menge  $Z^*(70)$ .  
 Mit TI `zstern(70)` (Ha-Krypto-Tool) mit wxMaxima `zstern(70)` (Ha-entpr. Datei)
- (5) Bestimmen Sie mit CAS die Anzahl der zu  $70$  teilerfremden Zahlen.  
 Mit TI `euler(70)`, wxMaxima `eulerphi(70)` (Ha-entpr. Datei)
- (6) Geben Sie eine Liste der Potenzen von  $13$  modulo  $70$  an.  
 TI: `seq ( mod( 13^k ,70) , k, 0,24)` seq=sequence=Folge  
 wxMaxima `makelist( mod(13^k, 70) ,k,0,24)`
- (7) Lesen Sie aus ihrer Liste die Ordnung von  $13$  in  $Z^*(70)$  ab.  
 Mit TI `ordo(13,17)` (Ha-Krypto-Tool) wxMaxima `ordo(13,70)`
- (8) Taufen Sie die von  $13$  in  $Z^*(70)$  erzeugte Untergruppe `grup`.  
 Bestimmen Sie die Nebenklassen von  $\langle 13 \rangle$  in  $Z^*(70)$   
 Verwenden Sie bei TI `mod( a*grup,70)` bei wxMaxima `mod( a*grup,70)`
- (9) Lösen Sie von Hand in  $Z^*(70)$  die Gleichung  $13 \cdot x = 19$ .
- (10) Geben Sie in  $Z^*(70)$  einige Quadratzahlen an, die in  $Z$  nicht Quadratzahlen sind. (Von Hand)
- (11) Wählen Sie selbst teilerfremde Zahlenpaare (nicht zu klein) entsprechend  $(223,70)$  und  $(13,70)$ , bearbeiten Sie die Seite ebenso. Prüfen Sie alles selbst.