

Probleme 1

**Alexander-Polynome** Knotentheorie Haftendorn, April 2011

1. Bezeichne alle Kreuzungen des Knotens  $k_1, k_2, \dots$
2. Bezeichne alle Bögen des Knotens mit Nummern
3. Richte eine Matrix ein mit  $n \times m$   $n$ = Zahl der Kreuzungen  $m$ =Zahl der Knoten

$$\text{aex} := \begin{bmatrix} 1-t & -1 & 0 & t & 0 & 0 \\ -1 & 1-t & t & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1-t & 0 & t & 0 \\ 0 & 0 & 1-t & -1 & 0 & t \\ 0 & 1-t & 0 & 0 & t & -1 \\ 0 & t & -1 & 0 & 0 & 1-t \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1-t & -1 & 0 & t & 0 & 0 \\ -1 & 1-t & t & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1-t & 0 & t & 0 \\ 0 & 0 & 1-t & -1 & 0 & t \\ 0 & 1-t & 0 & 0 & t & -1 \\ 0 & t & -1 & 0 & 0 & 1-t \end{bmatrix}$$

Jede Zeile steht für eine

Kreuzung, jede Spalte für einen Bogen

4. Beschrifte die Matrix entsprechend den Regeln.
5. Kopiere die Matrix, streiche eine Zeile und eine Spalte
6. Bestimme die Determinante der Restmatrix, das ist das Alexanderpolynom.
7. Klammere  $t^k$  aus.  $\rightarrow$  reduziertes Alexanderpolynom.

## Umgang mit der Matrix

**alex**

$$\mathbf{alex} := \begin{bmatrix} 1-t & d-1 & 0 & t & 0 \\ -1 & 1-t & t & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1-t & 0 & t \\ 0 & 0 & 1-t & -1 & 0 \\ 0 & 1-t & 0 & 0 & t \end{bmatrix}$$

$\det(\mathbf{alex}) \rightarrow -t^2 \cdot (2 \cdot t^2 - 3 \cdot t + 2)$  ⚠ Es kommt hier nur Knoten 5.2 infrage. Proben mit dem Streichen einer anderen Zeile und Spalte.

**alex**

$$\mathbf{alex2} := \begin{bmatrix} 1-t & -1 & t & 0 & 0 \\ -1 & 1-t & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & t & 0 \\ 0 & 1-t & 0 & t & -1 \\ 0 & t & 0 & 0 & 1-t \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1-t & -1 & t & 0 & 0 \\ -1 & 1-t & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & t & 0 \\ 0 & 1-t & 0 & t & -1 \\ 0 & t & 0 & 0 & 1-t \end{bmatrix}$$

$\det(\mathbf{alex2}) \rightarrow t^2 \cdot (2 \cdot t^2 - 3 \cdot t + 2)$  ⚠

$\det(\mathbf{alex}) \rightarrow 0$  ⚠ Also hätte es ohne Streichung keinen Sinn.