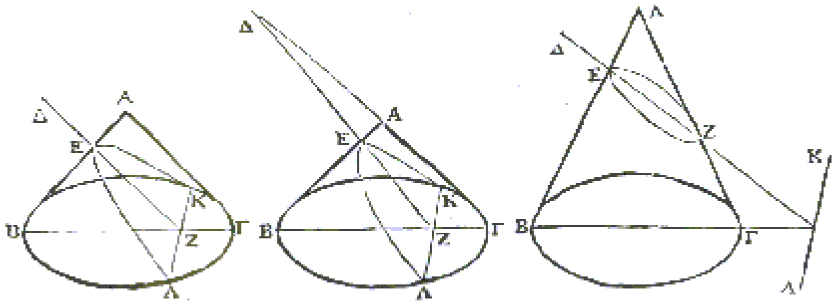
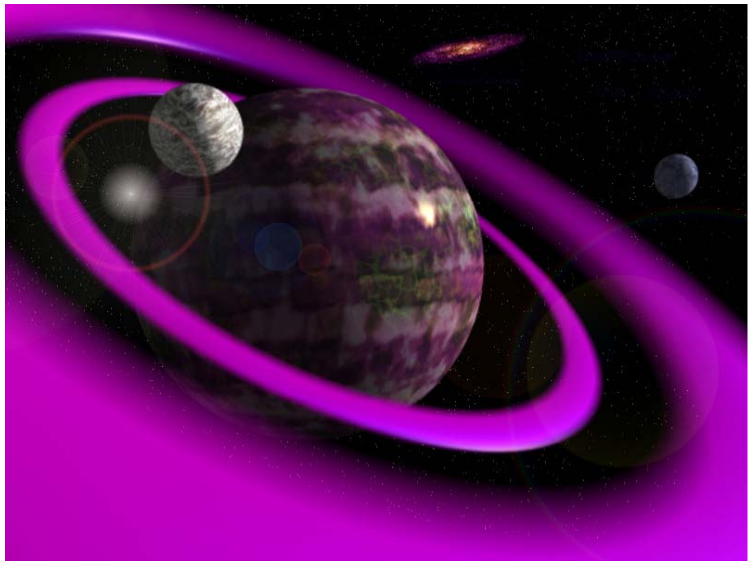
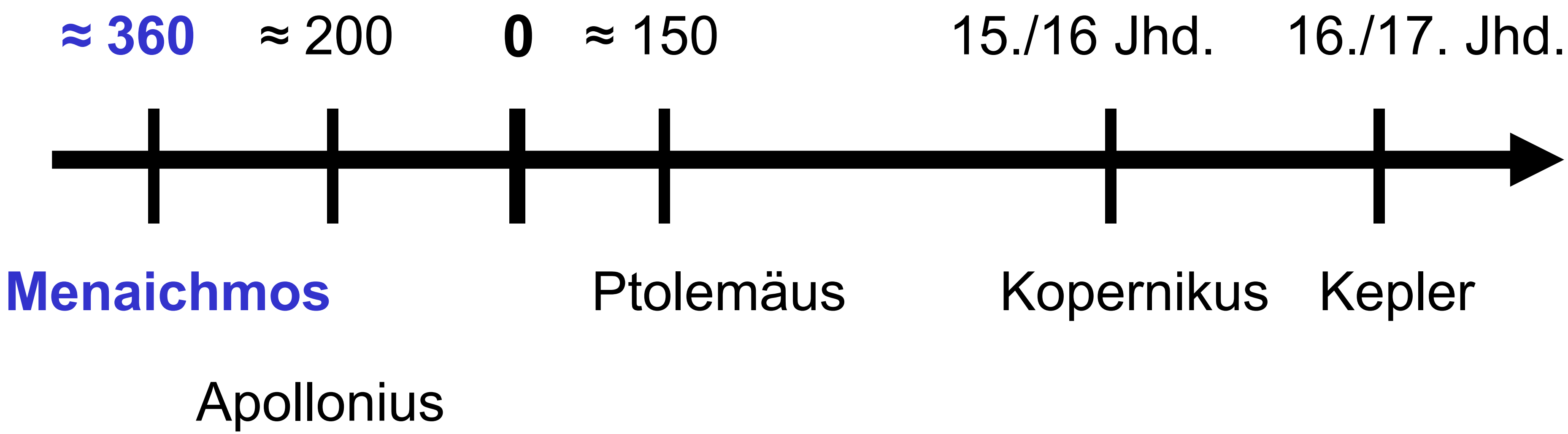
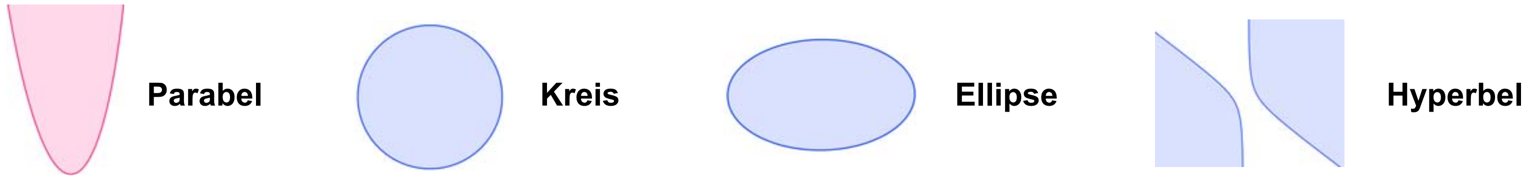
Von den Kegelschnitten zur Himmelsmechanik





Gliederung


≈ 360
≈ 200
0
≈ 150
15./16 Jhd.
16./17. Jhd.
Menaichmos
Apollonius
Ptolemäus
Kopernikus
Kepler



Menaichmos (um 380- 320 v. Chr.)

Menaichmos findet bei der Suche nach der Würfelverdoppelung erste Kurven und beschreibt als erster (unseres Wissens) die Kegelschnitte

Bedingungen für Menaichmos Kegelschnitte

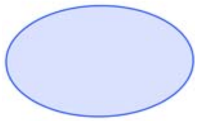
Der Kegel sollte von einer Ebene senkrecht zur Mantellinie geschnitten werden. Wenn alle Kegelschnitte vorkommen sollen, kann das nur mit **unterschiedlichen Winkeln der Kegelspitze** realisiert werden.

Aufgabe:

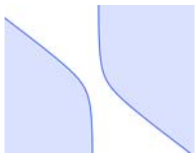
Überlegt, welche Winkel der Kegel bei den jeweiligen Schnitten haben muss, damit alle Formen vorkommen.

Parabel

Kreis



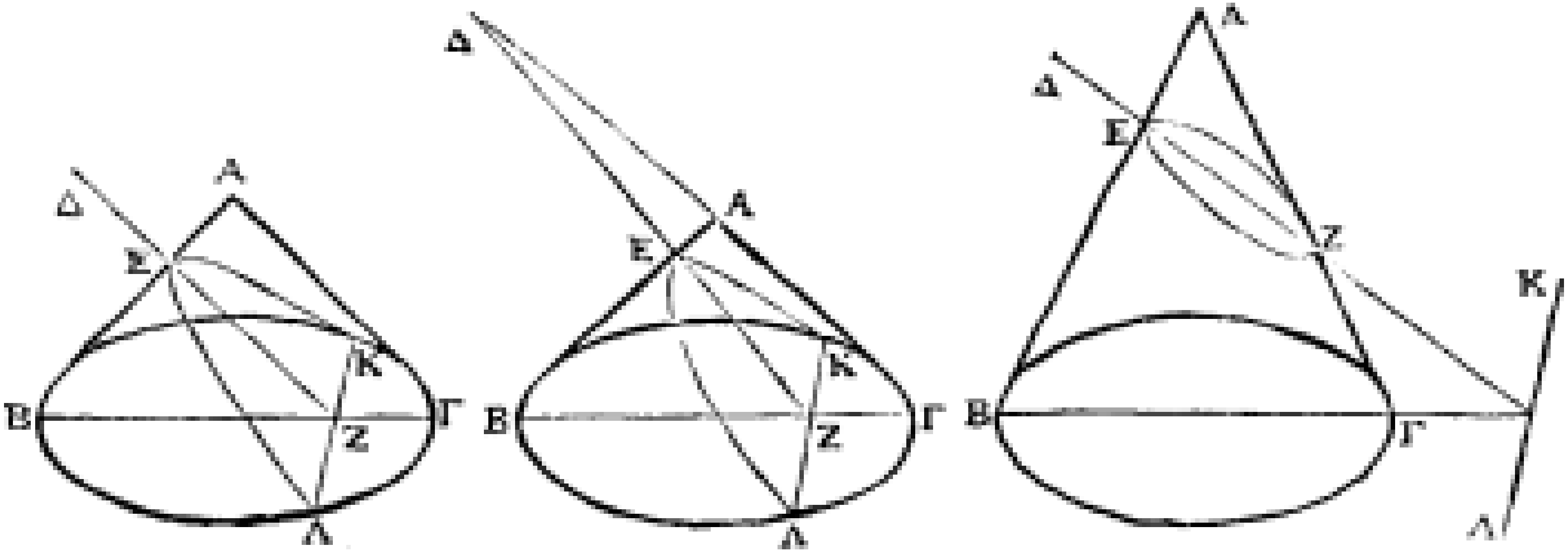
Ellipse



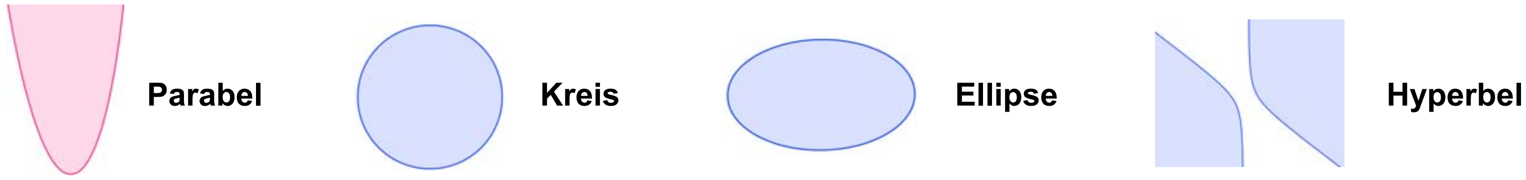
Hyperbel

Winkel α der Kegelspitze:

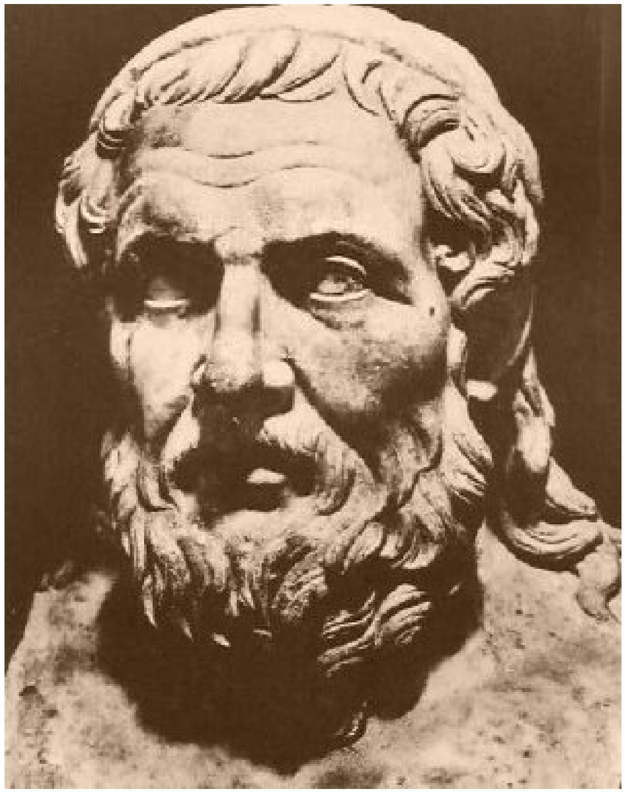
$\alpha = 90°$ $\quad$ $90° < \alpha < 180°$ $\quad$ $0° < \alpha < 90°$



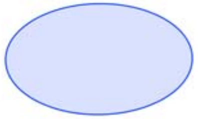
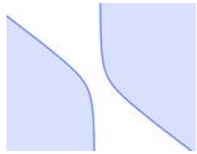
Aus der Konika-Ausgabe von E. Halley, Oxford, 1710.



Apollonius von Perge (265-190 v. Chr.)

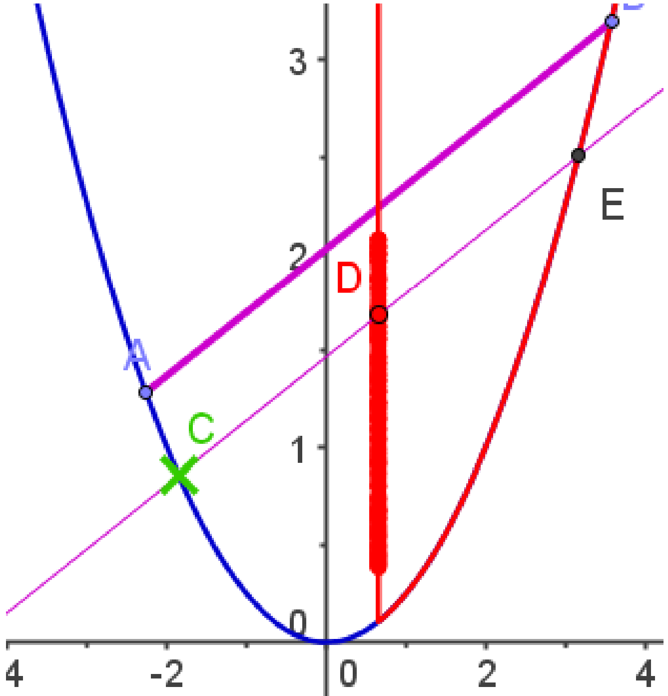


- Schreibt „Konika“ (Konus=Kegel) ein Werk von acht Büchern über die Kegelschnitte
- Bezieht sich auf Euklid
- Neu ist das Schneiden eines Kegels in unterschiedlichen Winkeln
-

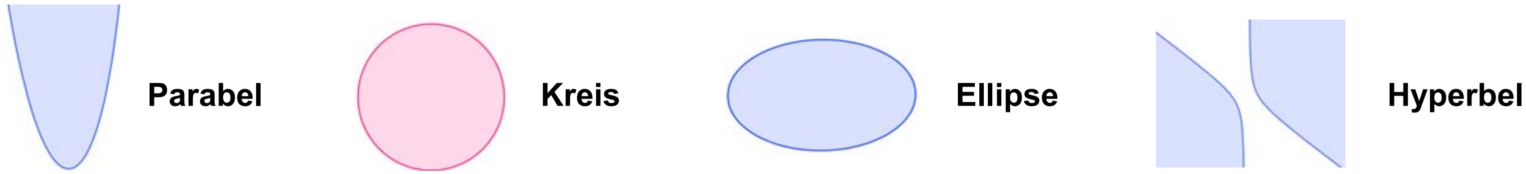
 Parabel  Kreis  Ellipse  Hyperbel

Apollonius definiert den Scheitelpunkt der Parabel folgendermaßen:

„Als Durchmesser einer ebenen Kurve bezeichne ich eine Gerade, die irgendeine Schar paralleler Sehnen halbiert, als Scheitel der Kurve bezeichne ich den auf der Kurve liegenden Endpunkt des Durchmessers; jene Parallelen aber bezeichne ich als zum Durchmesser geordnet gezogen.“



Siehe diese Site im Bereich Kurven und Bereich Affenkästen



Apollonius als Astronom etwa 200 vChr.

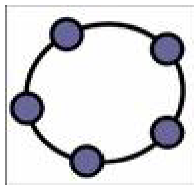
Geozentrisches Weltbild:

- Erde = Zentrum des Universums
- Himmelskörper bewegen sich gleichförmig
- Bewegungen auf perfekten Kreisbahnen

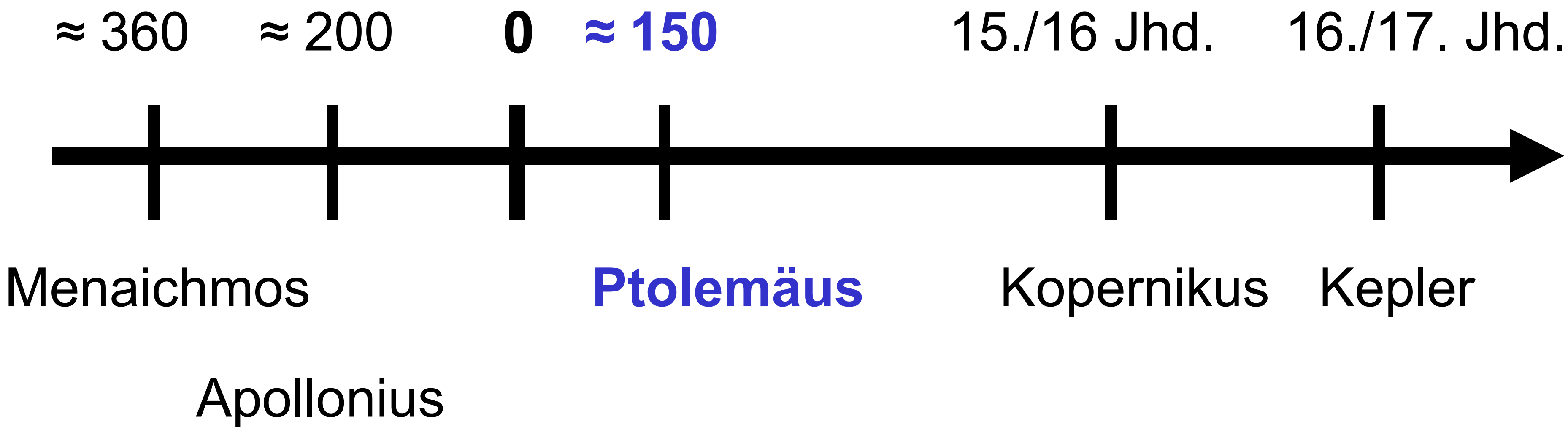
Beobachtungen:

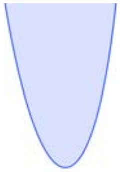
- Schleifenbahnen der Planeten
- rückläufige Bewegung
- periodischen Helligkeitsschwankungen

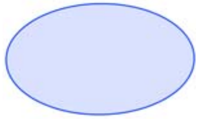
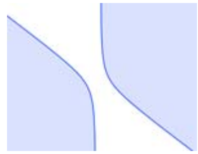
Erklärung durch Epizkeltheorie



Gliederung

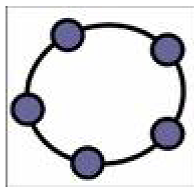

≈ 360
≈ 200
0
≈ 150
15./16 Jhd.
16./17. Jhd.
Menaichmos
Apollonius
Ptolemäus
Kopernikus
Kepler

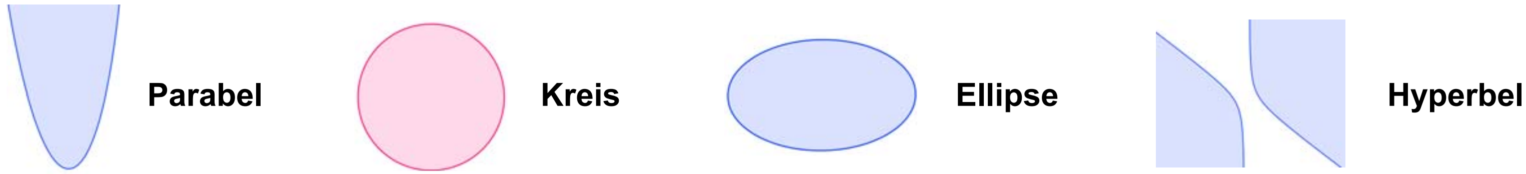

Parabel

Kreis

Ellipse

Hyperbel

Ptolemäus (ca. 100 – 160 n. Chr.)

- Erde im Mittelpunkt des Systems, aber nicht immer Mittelpunkt des Deferenten-Kreises.
- „gemäßigte Geozentrik“ Kreisbewegungen nicht mehr gleichförmig
- Um die Planetenbahnen zu erkären wurden bis zu 40 Epizykel von Epizyken… betrachtet.
- Dies war die vorherrschende astronomische Theorie für ca. 1300 Jahre

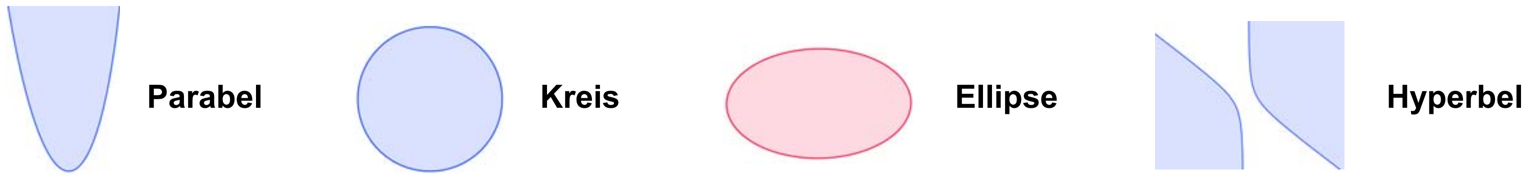




Nikolaus Kopernikus

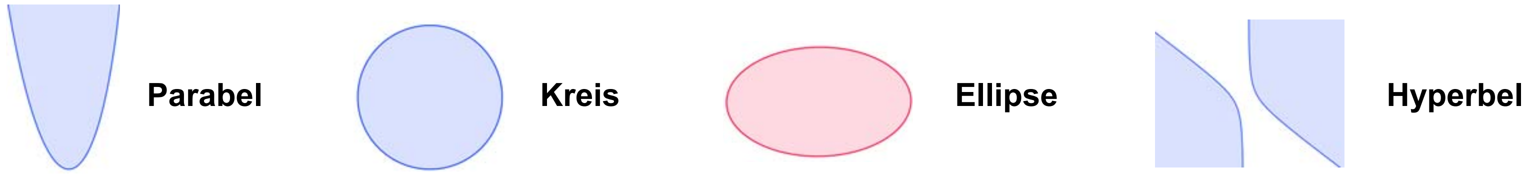
(1473 – 1543)

- Domherr in Königsberg
- Er stellt die Sonne in den Mittelpunkt
- Erde rotiert um die eigene Achse
- **Das kopernikanische Weltbild ist „heliozentrisch“.**



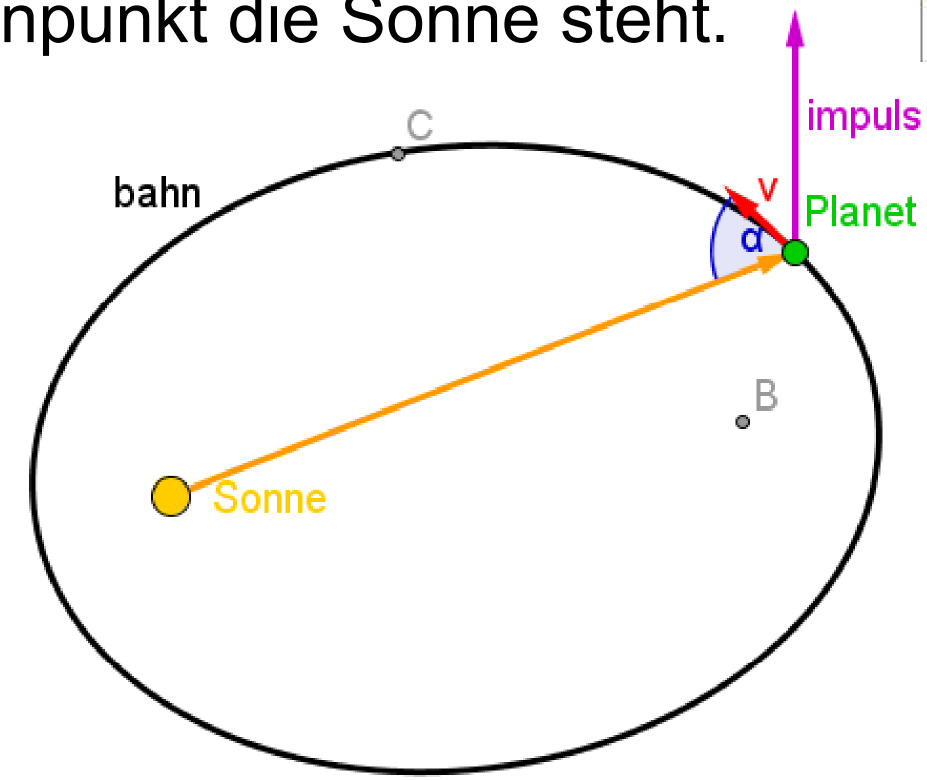
Johannes Kepler (1571 – 1630)

- Studium Apollonius‘ Kegellehre
- monatelange astronomische Rechnungen
- Auswertung der Beobachtungs-daten von Tycho Brahe
- seine Planetengesetze machen die Epizykeltheorie entbehrlich.



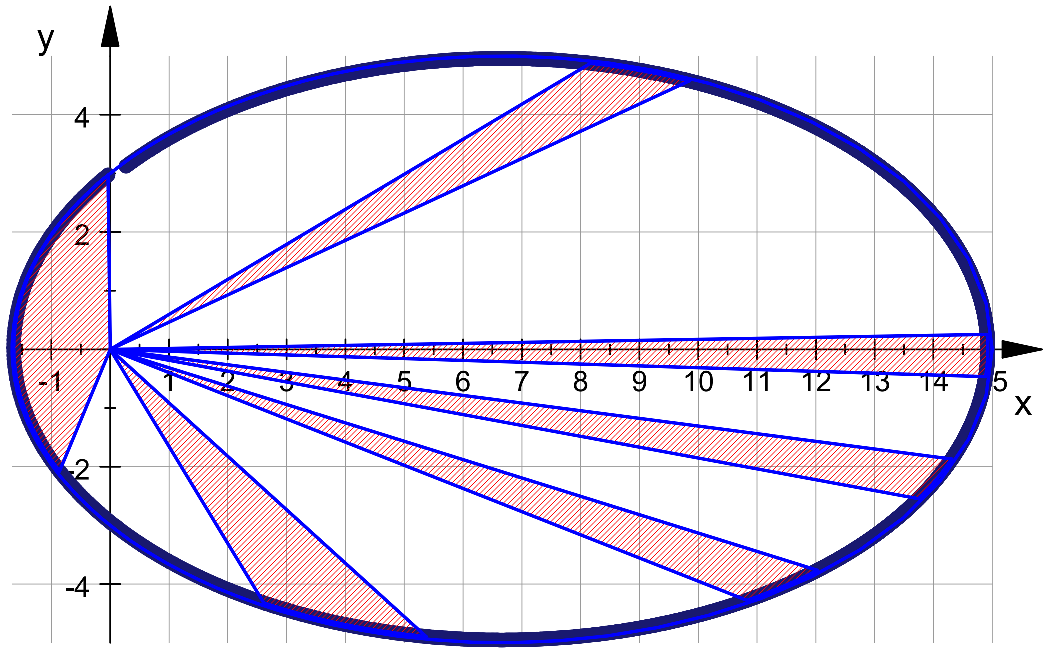
Kepler´ sche Gesetze

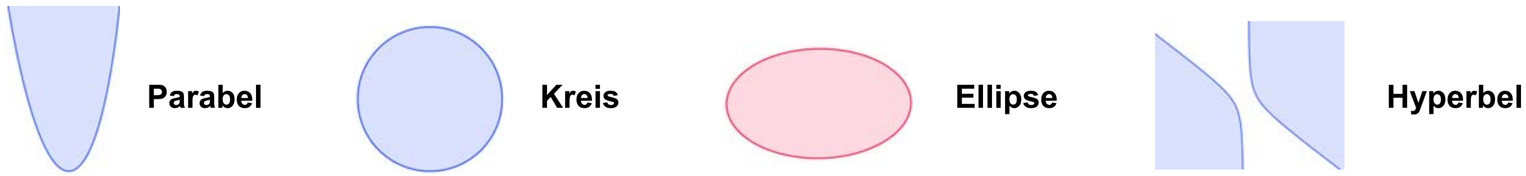
1. Planeten bewegen sich auf Ellipsen, in deren Brennpunkt die Sonne steht.



Kepler´ sche Gesetze

2. Der Radiusvektor (Verbindungslinie Sonne – Planet) überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen (= Flächensatz).





Kepler´ sche Gesetze

3. Die Quadrate der Umlaufzeiten verschiedener Planeten verhalten sich wie die Kuben ihrer großen Bahnachsen.

$$\frac{T_1^{\,2}}{T_2^{\,2}} = \frac{a_1^{\,3}}{a_2^{\,3}}$$

Alternative Formulierung

In unserem Sonnensystem gilt:

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{konstant}$$

Das war die Reise von den Kegelschnitten zur Himmelsmechanik