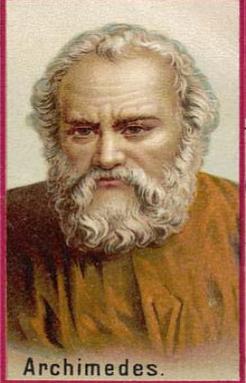




Archimedes

Geschichte der Mathematik

Archimedes von Syrakus (287 ? – 212 v.Chr.)



Archimedes.

2

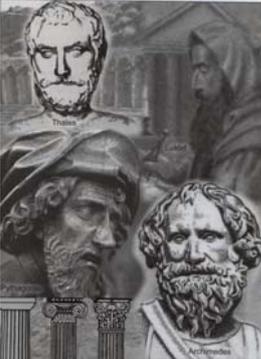


Gliederung

- Geschichtlicher Hintergrund
- Biographie (I-IV)
- Legende
- Werke und Schriften
- Die Quadratur der Parabel
- Der Kodex des Archimedes
- Aktuelle Bedeutung
- Literatur

3

Mathematik in griechisch-hellenischer Zeit und Spätantike (ca. 1100 v. Chr. – 1450 n. Chr.)



4

Antike



Abb. 4.8.1
Griechisch-hellenische Antike
Geburtsorte und Wirkungsstätten
ausgewählter Mathematiker (rot)

5



Biographie I

- Archimedes von Syrakus (griechische Kolonie auf Sizilien)
- Sohn des Astronomen Pheidias
- Gehört zur Oberschicht von Syrakus
- 2. Punische Krieg (218-202 v. Chr.)
- Rom triumphierte und nahm sämtliche Länder im Mittelmeerraum ein
- Eroberung Syrakus im Jahre 212 v. Chr.

6

„Hohlspiegel“ (Legende?)



7

Biographie II



- Entwarf für die Armee von Syrakus technische Waffen/ Kriegsmaschinen (Hohlspiegel, Wurfmaschinen)
- Erst nach 2 Jahren ist Syrakus durch die Römer eingenommen worden
- *LEGENDE über Archimedes Tod:*
- “Man störe meine Kreise nicht“

8



9

Biographie III



- *LEGENDE:*
- Nach J. Tzetes (griechischer Autor, lebte n.Chr.)
- war Archimedes bei seinem Tod 75 Jahre alt.
- 287 ? – 212 v. Chr.

10

Biographie IV



- Sein Grabmal ist die Abbildung eines Zylinders mit eingeschriebener Kugel, mit einer Inschrift über die größte Entdeckung von Archimedes, nämlich, dass sich deren Volumen wie 3 zu 2 verhält.



11

Eine weitere „Legende“



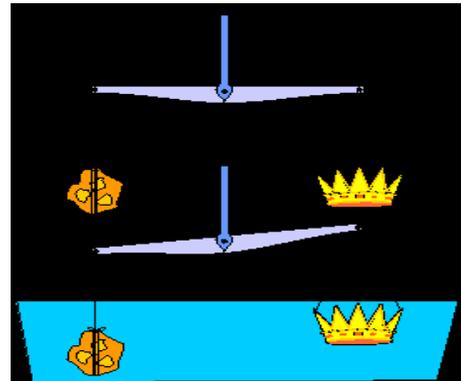
- „Der goldene Wehkranz“
- König Hieron II wollte dessen Goldgehalt von Archimedes bestimmen lassen.

12

„Ich habe es gefunden“



13



14

Eine weitere „Legende“

- „Der goldene Weihkranz“
 - König Hieron II wollte dessen Goldgehalt von Archimedes bestimmen lassen.
- Ergebnis: die Krone bestand zu einem Großteil aus unedlem Metall, der Goldschmied wurde von König Hieron II zum Tode verurteilt.

15

Werke und Schriften

- Parabelquadratur
- Über Kugel und Zylinder I und II
- Kreismessung
- Über Spiralen
- Über Konoide und Sphäroide bzw. über Paraboide, Hyperboloide und Ellipsoide
- Über einander berührende Kreise

16

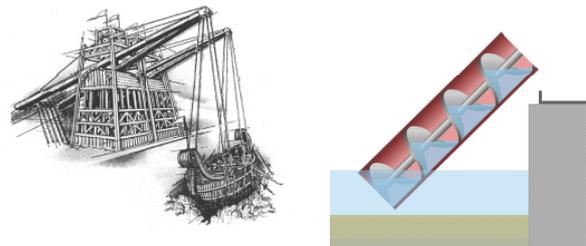
- Die Sandzahl (Zahlensystem zur Basis 108 und astronomische Inhalte)
- Die Benennung der Zahlen (optische Phänomene, „Katoptrik“)

Physikalisch:

- Die Elemente der Mechanik (Über den Schwerpunkt, über Stützen bzw. über Säulen, über Waagen (Wasserschrauben, Flaschenzug))
- Über das Gleichgewicht bzw. den Schwerpunkt von Körpern und über das Gleichgewicht bzw. den Schwerpunkt ebener Flächen I und II
- Über schwimmende Körper I und II

17

Hebewerk und Wasserspirale



18

Die Archimedischen Körper

- fastreguläre Körper, die durch reguläre n-Ecke begrenzt sind)
- Rhombenikosidodekaeder / Ikosidodekaeder

12 Fünfecke, 20 Quadrate

20 Dreieck 12 Fünfecke

19

Die Quadratur der Parabel

Fläche unter der Parabel

20

Der Kodex des Archimedes

- GeoGebra Datei „Der Kodex des Archimedes“

Konstruktionsfehler im Fachbuch
Achtung: Dreiecksflächenverhältnis!!!

Stellung Ha 09

21

Falsche Parabelausschöpfung

Stellung Ha 09

22

Richtige Parabelausschöpfung

Archimedes
Die Fläche der grünen Dreiecke ist zusammen ein Viertel des blauen Dreiecks

GeoGebra

Ha 05

Ergänzung Ha 09

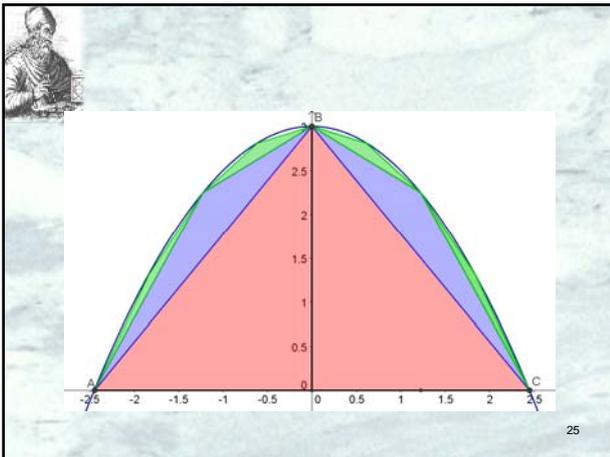
23

Die Quadratur der Parabel

- Annäherung an die Fläche unterhalb der Parabel durch Einbeschreiben von Dreiecken
- Approximationsmethode

Stellung Ha 09

24



Die Quadratur der Parabel

GeoGebra Datei „Grundabbildung“

Parabel mit Konstruktion des ersten einbeschriebenen Dreiecks

Die Quadratur der Parabel

GeoGebra Datei „Grundabbildung1“ + „Konstruktionsschritte“

Parabel mit Konstruktion der annähernden Dreiecke

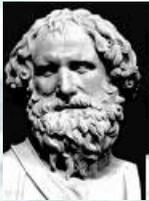
Die Quadratur der Parabel

GeoGebra Datei „Fläche Archimedes“

Verhältnis der einbeschriebenen Dreiecksflächen unter der Parabel zu einander

Geometrische Reihe

Die Quadratur der Parabel



Archimedes:

„Der Inhalt eines Parabelsegments ist 4/3 des Inhalts des Dreiecks, das mit ihm gleiche Grundfläche und Höhe hat.“

Exhaustionsmethode

- eine Fläche wird durch eingeschriebene Flächen "ausgeschöpft"
- Beruhet auf einem Satz eines griechischen Mathematikers (Eudoxos von Knidos):

"Zieht man von irgendeiner Größe einen Teil ab, der nicht kleiner als die Hälfte dieser Größe ist, vom Rest einen Teil, der nicht kleiner als die Hälfte ist, und so weiter, so bleibt schließlich eine Größe übrig, die kleiner als jede der vorgegebenen Größe derselben Art ist."



Herangehensweisen zur Beweisführung

- **24 Paragraphen**
(zur Quadratur der Parabel, in: Archimedes Werke, 1922)
auch: Mechanische Methode „Wagebalken“
- **Doppelter Widerspruchsbeweis:**
„Das Parabelsegment ist (nicht) größer oder kleiner als $\frac{4}{3}$ des Inhaltes des ersten einbeschriebenen Dreieckes“

31



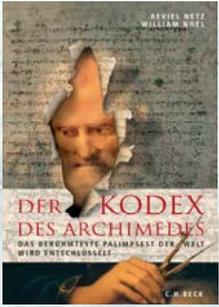
- *GeoGebra Datei „Beweis“*

32



Der Kodex des Archimedes

- “Der Kodex des Archimedes. Das berühmteste Palimpsest wird entschlüsselt.”



33



Kodex/ Palimpsest

- **Kodex** vom lat. Codex = Schreiftafel
„Mit einem Faden zusammengeheftetes Pergament“
- **Handschriftenkodex**= einzigartiger Kodex
- **Palimpsest** griechisch palin (wieder) und psan (reiben)
„Ein Pergament wurde mehr als einmal beschrieben“

34



Palimpsest



35



Geschichte des Kodex I

Die Geschichte des Kodex des Archimedes

287 v. Chr.	212 v. Chr.	ca. 950 n. Chr.	1204	ca. 1229	13. April 1229	ca. 1230-1830	1846
Archimedes wird in Syrakus geboren	Archimedes wird von einem christlichen Soldaten gefangen	Abklopfen von Archimedes' Texten auf Pergament, vermutlich in Konstantinopel	Plünderung Konstantinopel während des vierten Kreuzzugs & Zerstörung	Der Archimedes-Palimpsest wird in die Bibliothek von Kaiser Friedrich II. gebracht	Erwerb des Galilei-Buchs durch den Mönch Cosimo de' Medici	Das Galilei-Buch befindet sich im Kloster Mt. Lata bei Belluno	Der Kodex wird von Francesco de' Nobili in Turin entdeckt

Entdeckungen von Archimedes' Archimedes' Aufschreibung in der Handschrift für die Zahl π. Wiederentdeckung von Kugel und Zylinder. Wiederentdeckung der Veranschauligung von Spiralen.

36

Geschichte des Kodex II

1899: Aufdeckung in den Katakomben des Klosters Saint-Denis in Frankreich.

1906: Johann Ludwig Heiberg studiert und fotografiert das Pergament.

ca. 1908-1909: Im Besitz einer französischen Familie in Paris.

1910-1915: Heiberg veröffentlicht eine Übersetzung der Archimedischen Texte.

ca. 1938: Der Kodex wird mit gefälschten Minutaren versehen.

1998: Ein neues Autokenn wird als Indizium von einem selbstbestimmten amerikanischen "Lautsprecher" angesetzt.

Januar 1999: Der neue Eigentümer überlässt es dem Welles der Museen in Baltimore.

37

Geschichte des Kodex III

20. Juni - 5. September 1999: Auktionen im Welles der Museen.

2000: Phase 1 der experimentellen Entschlüsselung.

2001-2006: Phase 2 der Entschlüsselung: Herstellung von Parabelnäh-Approximationen.

2003: Überzug des Pergaments durch die Welles der Museen.

2005-2006: Dreiecke von Rechteckverhältnissen als Indizium.

2007: Die Suche nach Archimedischen Indizien.

38

- 1998 in New York vom Auktionshaus Christie's als ein mittelalterliches Gebetbuch versteigert.
- Erlös von über zwei Millionen Dollar.
- Ersteigert wurde der Kodex des Archimedes von einem Antiquar im Auftrag eines Privatmanns.
- Dieser versucht den Kodex mit Hilfe von Fachleuten und Wissenschaftlern und unter Einsatz modernster Techniken lesbar zu machen (erfolgreich).

39

Der Kodex des Archimedes

- GeoGebra Datei „Der Kodex des Archimedes“

Konstruktionsfehler im Fachbuch
Achtung: Dreiecksflächenverhältnis!!!

40

Falsche Parabelausschöpfung

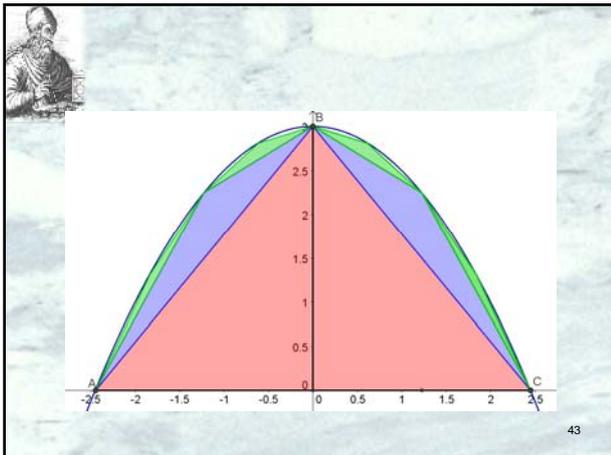
41

richtige Parabelausschöpfung

Archimedes
Die Fläche der grünen Dreiecke ist zusammen ein Viertel des blauen Dreiecks

GeoGebra
Ha 05

42



Sie knüpften an Archimedes Überlegungen an und führten diese fort ...

- Galilei
- Leibnitz
- Fermat
- Descartes
- Newton
- ...

44

Bedeutung für heutige Fachwissenschaften

- Archimedische Prinzip der Hydrostatik
- Basis für heutige Methoden: z.B. Integralrechnung
- Brennspiegel (heute Parabolspiegel)
- Paradoxa in der Reihenlehre (konnten durch zu Hilfenahme griechischer Beweisstrenge) gelöst werden

45

Archimedes für die Schule (Mathematikunterricht)

- Wenig Präsenz in Schulbüchern (vgl. Lederle 1999:10)
- Unterstufe: z.T. in Verbindung mit der Einführung der Zahl Pi
- Oberstufe: z.T. Einführung von Integralrechnung

46

Weitere Bereiche im Schulunterricht...

- Inhaltsformeln von Kugel, Kreis und Pyramiden
- ...

47

Ausgewählte Literatur

- Archimedes; Czwalina, Arthur. (1983): Werke. Sonderausg., 4. unveränd. reprograf. Nachdr. Darmstadt.
- Archimedes; Czwalina-Allenstein, Arthur. (2003): Über Spiralen. 2. Aufl., Reprint der Ausg. Leipzig, Thun.
- Gut, Jutta (2005): 12. Flächen- und Volumenberechnungen bei Archimedes. In: <http://members.chello.at/gut.jutta.gerhard/kegelschnitte12.htm> (22.11.2008)
- Konforowitsch, Andrij Grigorowitsch; Dick, Galina. (1996): Guten Tag, Herr Archimedes. 227 unterhaltsame Mathematikaufgaben vom Altertum bis zur Gegenwart. 2., unveränd. Aufl. Thun.
- Lederle, Cornelia (1999): Archimedes für die Schule?! Diplomarbeit zur Erlangung des akademischen Grades einer Magistra der Naturwissenschaften an der Leopold-Franzens-Universität Innsbruck. Innsbruck. In: <http://geometrie.eduhi.at/data/AK-kegelschnitte/archimed.pdf> (20.11.2008)

48



- Netz, Reviel; Noel, William; Filk, Thomas (2007): Der Kodex des Archimedes. Das berühmteste Palimpsest der Welt wird entschlüsselt. München.
- o.A. Universität Siegen (o.J.): Mathematiker im Spiegel der Zeiten – Ein Zusammentreffen berühmter Mathematiker. Oder „Mathematiker aller Zeiten begegnen sich“. In: <http://www.math.uni-siegen.de/geschmath/MathematikerTreffen.pdf> (22.11.2008).
- Ortoli, Sven; Witkowski, Nicolas. (1997): Die Badewanne des Archimedes. Berühmte Legenden aus der Wissenschaft ; mit 25 Abbildungen. 4. Aufl. München.
- Rinkens, Hans-Dieter (2006): Flächeninhalt des Parabel-Segments. Exhaustionsmethode nach Archimedes (287? – 212 v.Chr.). Wintersemester 2006/7 Elemente der Analysis. In: http://www.rinkens-hd.de/~hans-dieter/ana_parabel.pdf?PHPSESSID=bb7ac1dd942fc5490cd5fe440e681f3 (22.11.2008).
- Vollrath, Hans-Joachim (1986): 44. Zur Beziehung zwischen Begriff und Problem in der Mathematik. In: Journal für Mathematikdidaktik 7 (1986), 243-268. In: <http://www.didaktik.mathematik.uni-wuerzburg.de/history/vollrath/papers/044.pdf> (05.12.2008).
- Wußing, Hans (2008): 6000 Jahre Mathematik. Eine kulturgeschichtliche Zeitreise - 1. Von den Anfängen bis Leibniz und Newton. Berlin, Heidelberg.