Mathematik hat Geschichte

Teil 3

Alte Völker

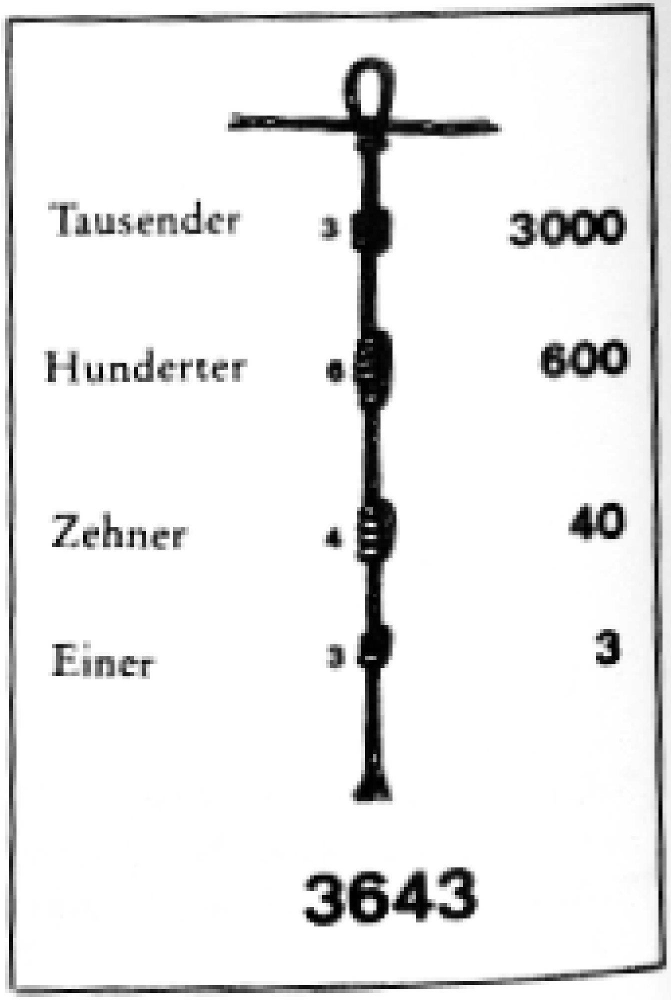
Inkas, Mayas

Sumerer, Babylonier,

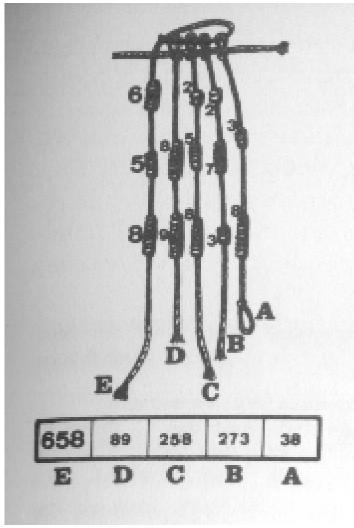
Assyrer, Hethiter

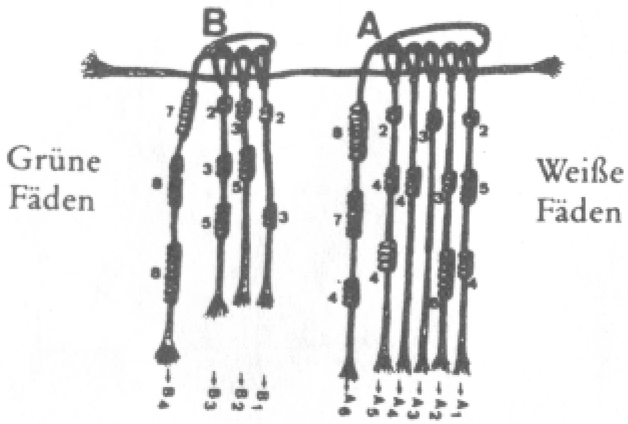
Prof. Dr. Dörte Haftendorn Universität Lüneburg www.uni-lueneburg.de/mathe-lehramt

Zahlen bei den Inkas in Peru 1200 n.Chr.

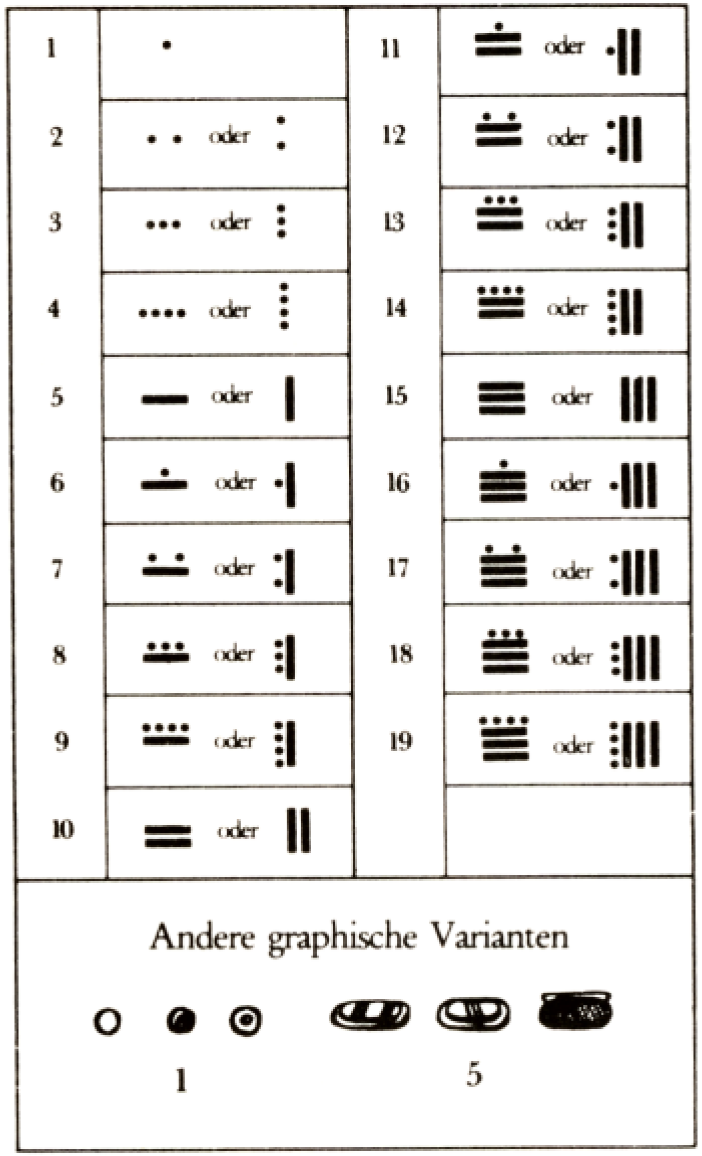


Zahlen bei den Inkas in Peru 1200 n.Chr. bis ins 19. Jh.





Zahlen bei den Mayas in Mexiko 300 n.Chr.



Zahlen in China seit 3000 v.Chr.

1	一	10	十
2	二		
3	三	100	百
4	四		
5	五	1 000	千
6	六		
7	七	10 000	萬 oder 万
8	八		
9	九		

yī	èr	sān	sì	wǔ	liù	qī	bā	jiǔ	shí	bǎi	qiān	wàn
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1 000	10 000

Wort-System

ZEHNER		HUNDERTER		TAUSENDER		ZEHN-TAUSENDER	
10	一十 1 · 10	100	一百 1 · 100	1000	一千 1 · 1000	10000	一萬 1 · 10 000
20	二十 2 · 10	200	二百 2 · 100	2000	二千 2 · 1000	20000	二萬 2 · 10 000
30	三十 3 · 10	300	三百 3 · 100	3000	三千 3 · 1000	30 000	三萬 3 · 10 000
40	四十 4 · 10	400	四百 4 · 100	4000	四千 4 · 1000	40 000	四萬 4 · 10 000
50	五十 5 · 10	500	五百 5 · 100	5000	五千 5 · 1000	50 000	五萬 5 · 10 000
60	六十 6 · 10	600	六百 6 · 100	6000	六千 6 · 1000	60 000	六萬 6 · 10 000
70	七十 7 · 10	700	七百 7 · 100	7000	七千 7 · 1000	70 000	七萬 7 · 10 000
80	八十 8 · 10	800	八百 8 · 100	8000	八千 8 · 1000	80 000	八萬 8 · 10 000
90	九十 9 · 10	900	九百 9 · 100	9000	九千 9 · 1000	90 000	九萬 9 · 10 000

yī	èr	sān	sì	wǔ	liù	qī	bā	jiǔ	shí	bǎi	qiān	wàn
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1 000	10 000

Pr

Pascalsches Dreieck
in China
300 Jahre vor Pascal

Es gab auch schon im Altertum „Pascalsche Dreiecke“.

Innen eine chinesische Kurzschrift für Zahlen

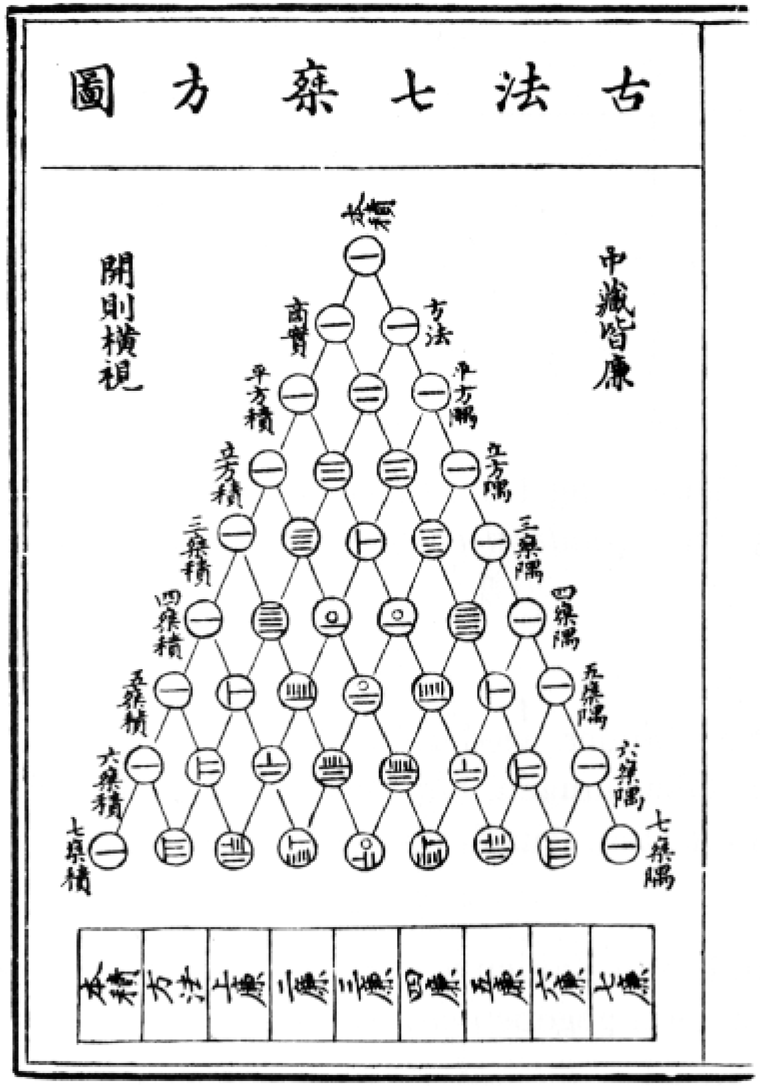


Abbildung 1.7: *»Pascalsches Dreieck« der Chinesen*

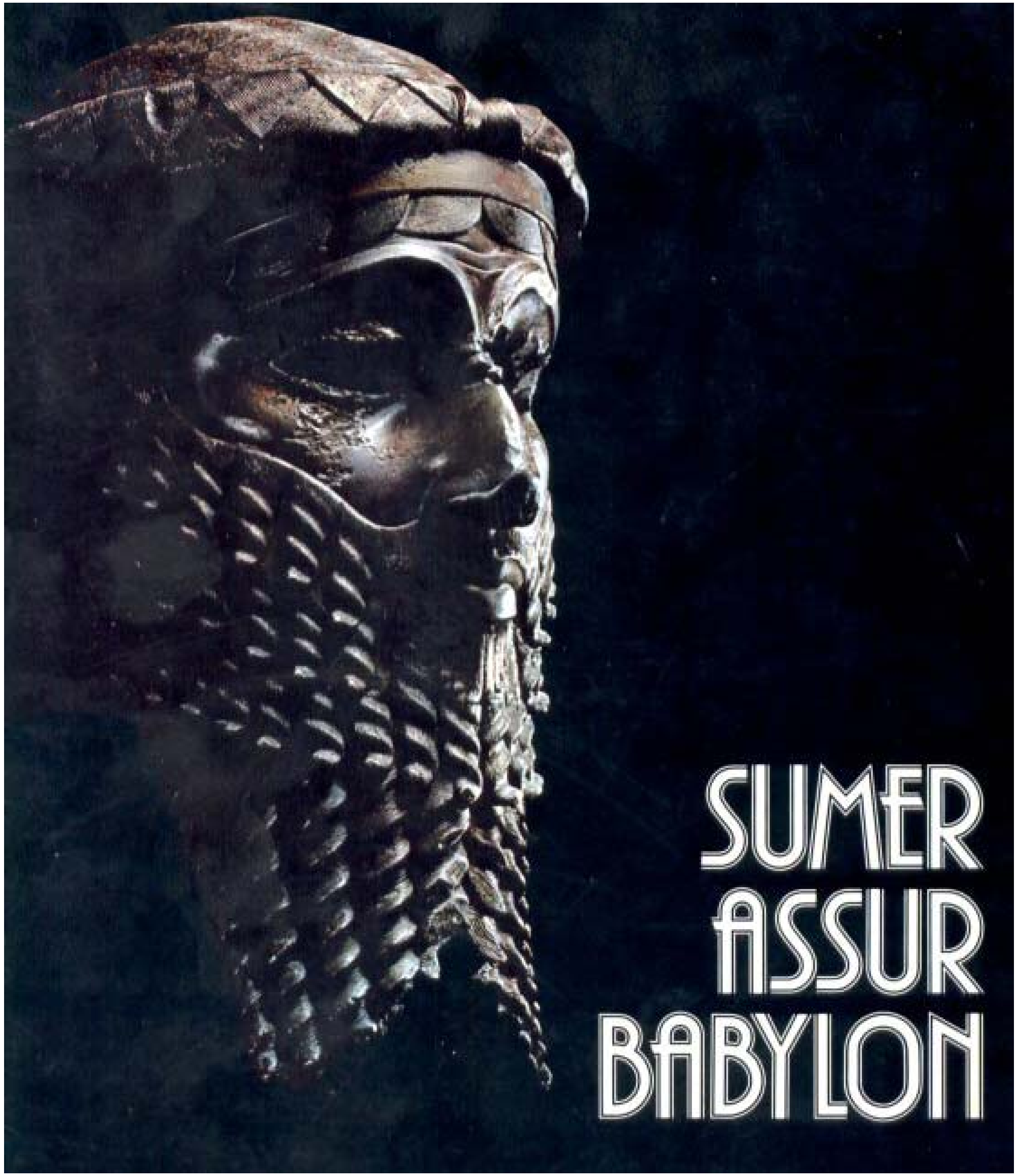
Bilder aus

Katalog:

Hildesheim,

Römer- und
Pelizeus-Museum

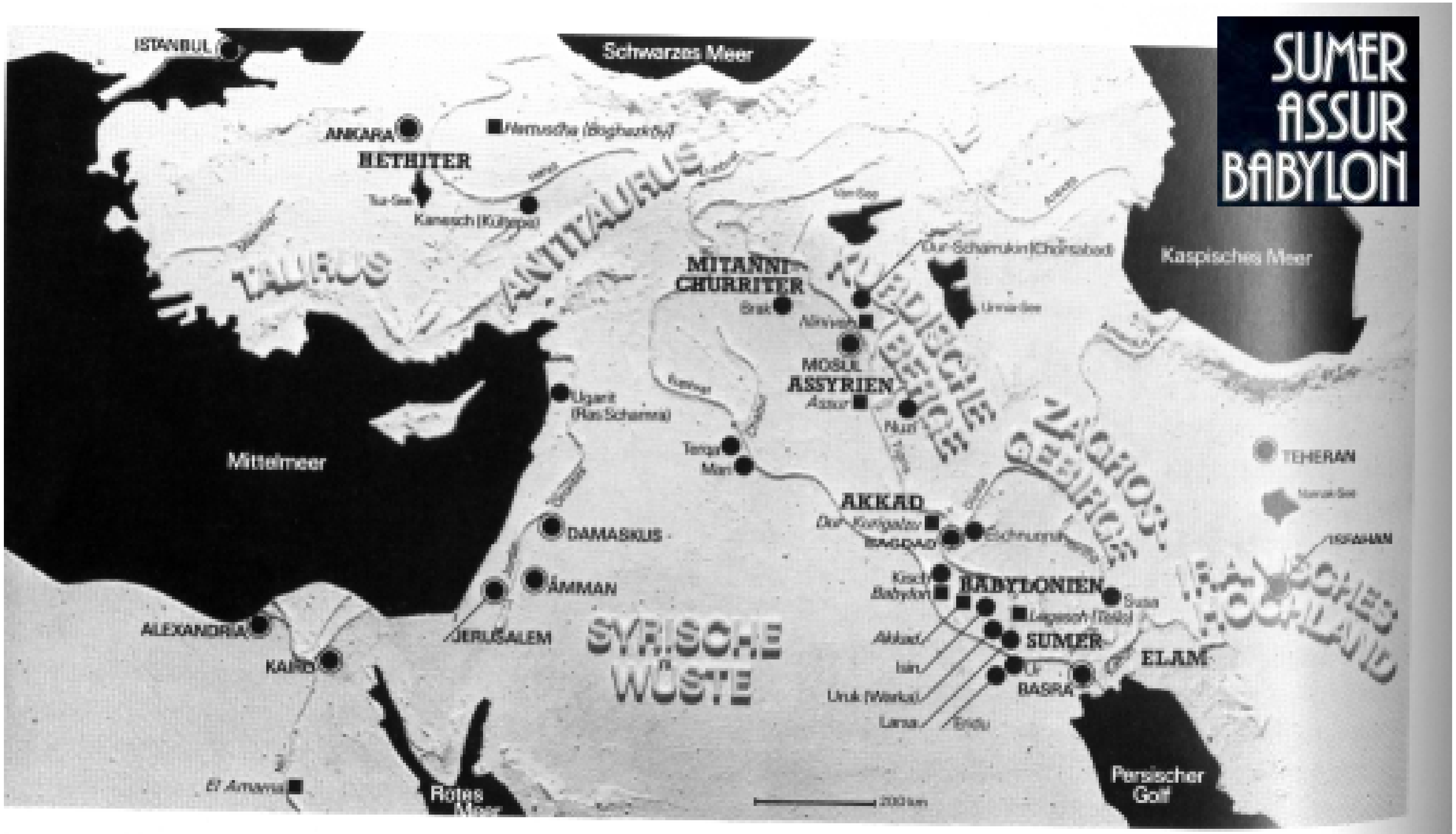
September 1978



Sumerer, Babylonier, Assyrer

Karte aus C.W.Ceram Entdeckung des Hethiter-Reiches

Rowoldt „Enge Schlucht und schwarzer Berg“



KARTE II Akkad-Zeit bis Kassitische Zeit (2350–1150 v. Chr.)

Sumerer

Herrscher aus Niniveh, 2000 v Chr.

Babylonier, Assyrer

Tor von Ischtar, 600 v Chr.

König Nebukadnezar, Babylonier

Pergamon-Museum, Berlin

Möbelteil aus Nimrud, Assyrer 900 v.Chr.

Alt-Persische Keilschrift 500 v Chr.

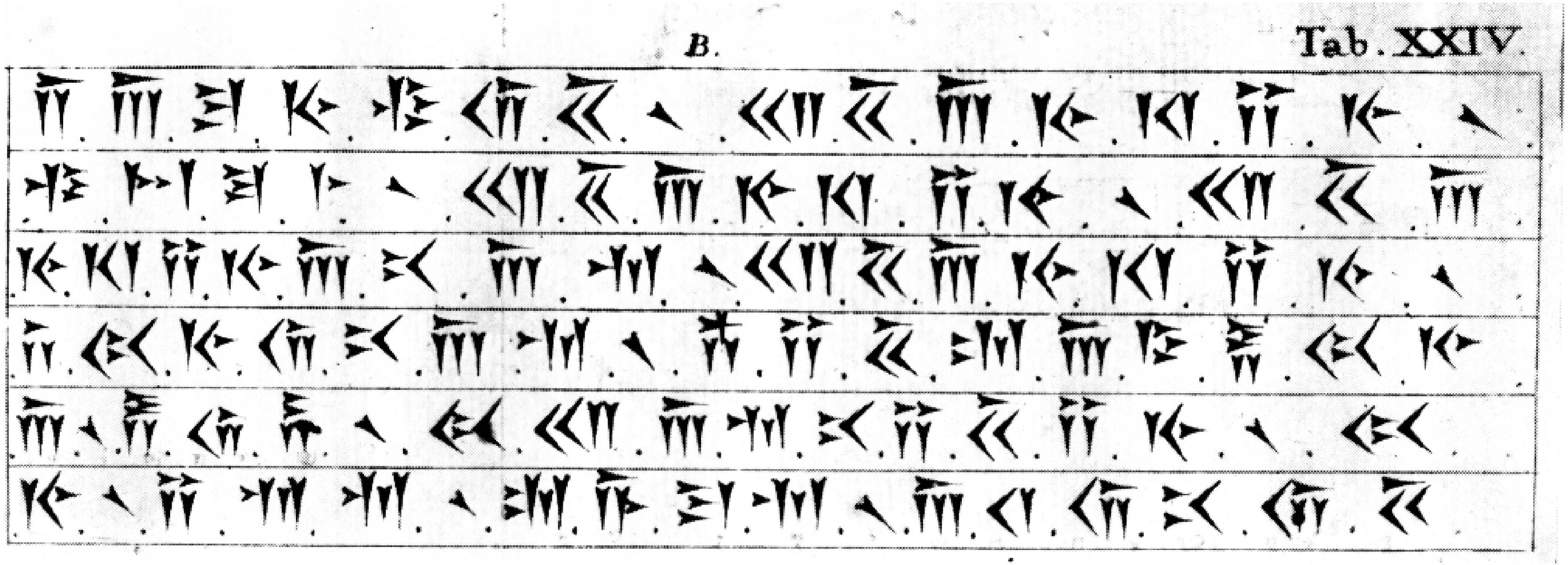


Abb. 43 Inschrift B des Darius aus Persepolis

Möbelteil aus Nimrud, Assyrer 900 v.Chr.

Alt-Persische Keilschrift 500 v Chr.

Entzifferung. Was würden Sie für dieses so häufig auftauchende Wort ansetzen?

Bei seinen Überlegungen kam Grotefend die Inschrift eines Sasanidenherrschers aus dem 3. nachchristlichen Jahrhundert zu Hilfe. König Schapuhr I. hatte in einem Felsrelief in der Nähe von Persepolis auf sein Roß eine dreisprachige Inschrift meißeln lassen – auf mittelpersisch, parthisch und griechisch. Darin kommt anschließend an den Namen des Herrschers sein Titel ›König der Könige‹ vor . . . Schon Frederik Münter war um Haaresbreite für unser Problemwort an die richtige Schlußfolgerung herangekommen, hatte sie dann aber verworfen. Grotefend jedoch wurde angesichts dieses persischen Königstitels blitzartig klar, daß unser so oft vorkommendes Wort aus sieben Keilzeichen nur das altpersische Wort für ›König‹ sein konnte! Da, wo es zweimal hintereinander erscheint, mußte also der altehrwürdige persische Titel ›König der Könige‹ gemeint sein.

So (scheinbar) einfach war die alles weitere bedingende Erkenntnis der Bedeutung unseres Problemwortes. Der nächste Schritt mußte folgerichtig anbringen lassen. Doch schon ehe Grotefend daran ging, war ihm klar geworden, daß der Inhalt der Inschrift ungefähr so lauten mußte: »X, der mächtige(?) König, König der Könige, König der . . ., Sohn des Y.« Bald darauf erkannte ein sachverständiger Bekannter Grotefends, dessen Namen wir nicht kennen, daß an die Stelle der Pünktchen wahrscheinlich das Wort ›Völker‹ (genauer: ›Länder‹) zu setzen war. So vermochte Grotefend tatsächlich, den ungefähren Inhalt der Inschrift B – ihren Schluß ausgenommen – richtig zu deuten, *noch ehe er ein einziges Keilzeichen entziffert hatte. . . .*

Den Lautwert der einzelnen Keilzeichen zu ermitteln, konnte indes nur dann gelingen, wenn die in der Inschrift genannten Personen richtig bestimmt waren. Fest stand jedenfalls soviel, daß die Inschrift B mit dem Namen eines Achämeniden-Königs begann. Durch scharfsinnige vergleichende Untersuchungen fand Grotefend heraus, daß dafür kein anderer als Darius in Frage kam. Jetzt aber stellte sich ihm die heikle Aufgabe, herauszufinden, wie dessen Name auf altpersisch gelautet haben mochte. Denn dafür kam weder lateinisch *Darius*

Prof. Dr. Dörte Haftendorn Universität Lüneburg www.uni-lueneburg.de/mathe-lehramt

Sumerisch-Babylonische Keilschrift
3000-500 v Chr.

Ein kleiner Kurs in Keilschrift

Das sumerisch-babylonische Zahlensystem kannte zwei Zahlenzeichen: den senkrecht stehenden Keil für die Eins und den nach rechts offenen Winkel für die Zehn. Mit diesen beiden Zeichen wurden die Zahlen 1 bis 59 additiv niedergeschrieben. Die Zeichen wurden mit Hilfe von zwei Griffeln verschiedenen Querschnitts, die man schräg oder senkrecht in den weichen Ton eindrückte, geschrieben. Für die Eins gibt es noch die Darstellung oder und für die Zehn das Zeichen oder (s. Bild 80).

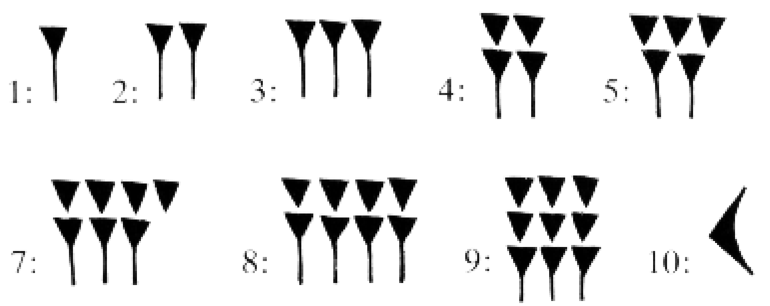


Bild 80

Texte aus dem sehr lohnenden Buch von

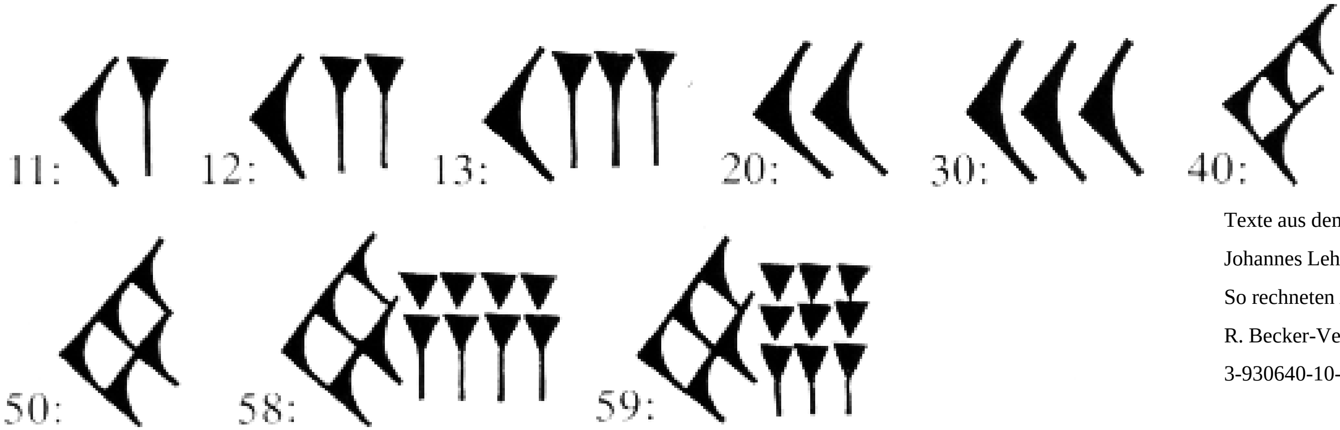
Johannes Lehmann

So rechneten Ägypter und Babylonier

R. Becker-Verlag

3-930640-10-4

Mathematik in Keilschrift



Texte aus dem sehr lohnenden Buch von
Johannes Lehmann
So rechneten Ägypter und Babylonier
R. Becker-Verlag
3-930640-10-4

Das Zahlensystem war ein Stellenwertsystem mit der Basis 60 (Sexagesimalsystem). Man begann die Notierung einer Zahl links mit dem höchsten Stellenwert. Ein Zeichen für die Null gab es damals nicht. Zum Darstellen dieser Zahlen sind 60 Zahlzeichen erforderlich. Wählt man dafür die in Klammern gesetzten dekadischen Bezeichnungen für die Ziffernwerte, also (0), (1), (2), … (57), (58), (59), so erhält man z. B. für die Zahl 52 365 die Schreibweise
$52\,365 = (14) \cdot 60^2 + (32) \cdot 60^1 + (45) \cdot 60^0 = (14)\,(32)\,(45)$.

Mathematik in Keilschrift

Weitere Beispiele sind

$$271 = 4 \cdot 60 + 31 = (4)\,(31) \qquad 665 = (11)\,(5)$$
$$1\,990 = (33)\,(10) \qquad 27^2 = (12)\,(9).$$

Bild 81 zeigt das Ergebnis in Keilschrift.

Texte aus dem sehr lohnenden Buch von
Johannes Lehmann
So rechneten Ägypter und Babylonier
R. Becker-Verlag
3-930640-10-4

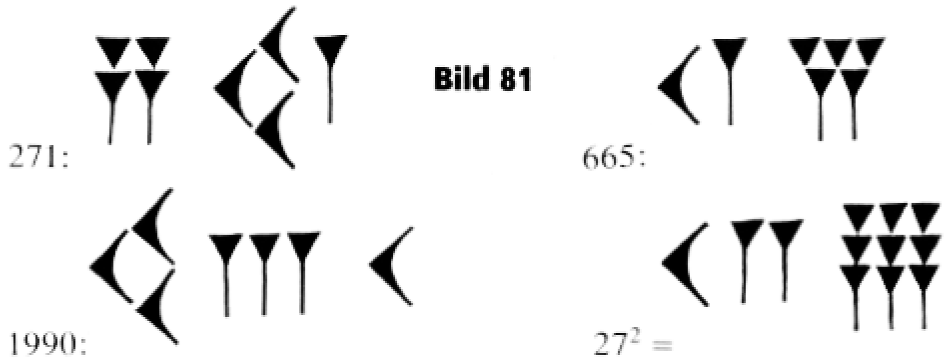


Bild 81

Heute verwendet man als Schreibweise im Sexagesimalsystem oft Kommas und ein Semikolon. Letzteres entspricht dem Komma im Dezimalsystem. Die Zahl 1 658,25 im Dezimalsystem schreibt man dann im Sexagesimalsystem folgendermaßen:

$$1\,658{,}25 = (27) \cdot 60^1 + (38) \cdot 60^0 + (15) \cdot 60^{-1}$$
$$1\,658{,}25 = 27{,}38;\,15.$$

Umgekehrt erhält man z. B. für 15,7,23;3 im Sexagesimalsystem

$$15{,}7{,}23;3 = 15 \cdot 60^2 + 7 \cdot 60^1 + 23 \cdot 60^0 + 3 \cdot 60^{-1}$$
$$15{,}7{,}23;3 = 54\,000 + 420 + 23 + 0{,}05$$
$$= 54\,443{,}05 \text{ im Dezimalsystem.}$$

Mathematik in Keilschrift

Diese Schreibweise wird in den folgenden Aufgaben an entsprechender Stelle verwendet.

Aus dem Zusammenhang mußte man in alten Aufzeichnungen oft erkennen, ob es sich (s. Bild 82) um $13 \cdot 60^1 + 21$, $13 \cdot 60^0 + 21 \cdot 60^{-1}$ oder $13 \cdot 60^2 + 21 \cdot 60^1$ handelt.

Bild 82

Als Restbestand des babylonischen Sexagesimalsystems hat sich bis heute die Unterteilung des vollen Winkels in 360 Grad zu je 60 Minuten mit je 60 Sekunden sowie die Einteilung der Stunde in 60 Minuten mit je 60 Sekunden erhalten. Ebenso ist die Verbindung zu 1 Seemeile $= \frac{1}{60}$ Breitengrad, 1 Jahr $= \frac{60}{5}$ Monate $= 12$ Monate und 1 Schock $= 60$ Stück zu erkennen.

Texte aus dem sehr lohnenden Buch von Johannes Lehmann So rechneten Ägypter und Babylonier R. Becker-Verlag 3-930640-10-4

Quadratdiagonale
in
Babylon

Texte aus dem kleinen Buch von

Peter Mäder

Mathematik hat Geschichte

Metzler-Verlag

3-8156-3363

$\frac{x}{7} + xy = 27 \qquad y = 0;30$

igi 7 gál	uš	ù	a-šà	gar-gar-	ma	27
$\underbrace{}_{\frac{1}{7}}$	Länge (= x)	und	Fläche (= xy)	addiert	und so (ist es)	27
sebi'at	šiddim	ù	eqlam	akmur	-ma	
ein Siebentel	(der) Länge	und	(die) Fläche	ich habe addiert		27

Bild 85

30	sag	uš	ù	a-šà	en-nam	42	uš	21	a-šà
0;30	Breite (= y)	· Länge	und	Fläche	was?	42	Länge	21	Fläche
30	pūtum	šiddum	ù	eqlum	minum	42	šiddum	21	eqlum
0,30	(ist die) Breite	Länge	und	Fläche	was (ist es)?	42	(ist) die Länge	21	(ist) die Fläche

Keilschrift-Text Alt-Babylonisch

Unter dem Keilschrifttext ist der Text in sumerischer und in deutscher Sprache angefügt.

Gleichungslösung in Babylon

$\frac{x}{7} + x \cdot y = 27$ und $y = 0;30$

$x + x \cdot 0;30 \cdot 7 = 27 \cdot 7$

$x + x \cdot 3;30 = 3,9$

$x \cdot 4;30 = 3,9$

$x \cdot 9 = 6,18$

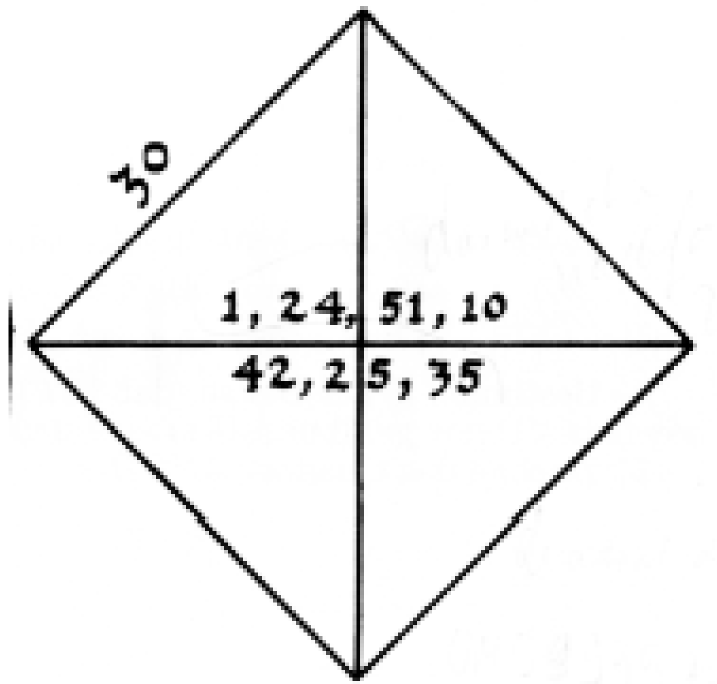
$x = 42$

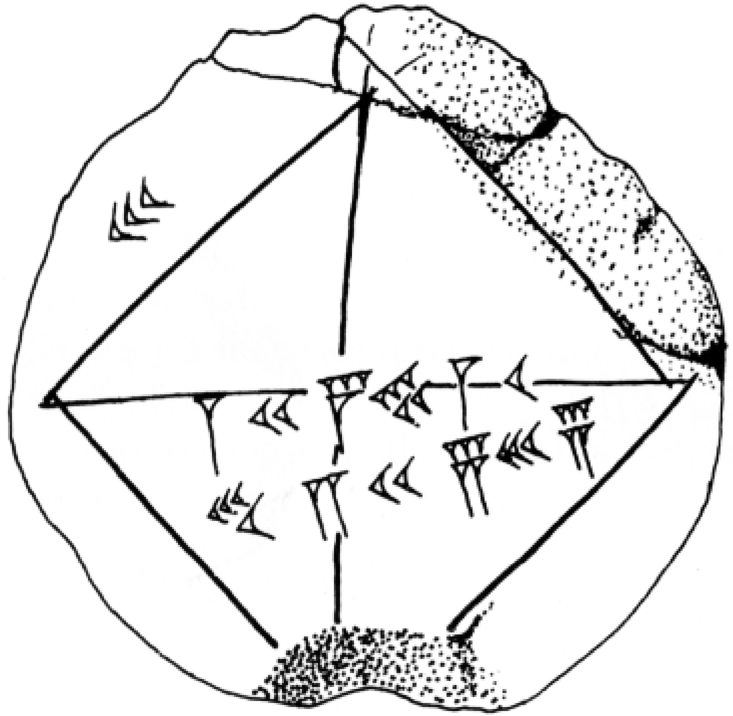
189
$= 3 \cdot 60 + 9$

$360 : 9 = 40$
$18 : 9 = 2$

Probe $\frac{42}{7} + 42 \cdot 0;30 = 6 + 21 = 27$ richtig.

Quadratdiagonale
in
Babylon





Texte aus dem kleinen Buch von

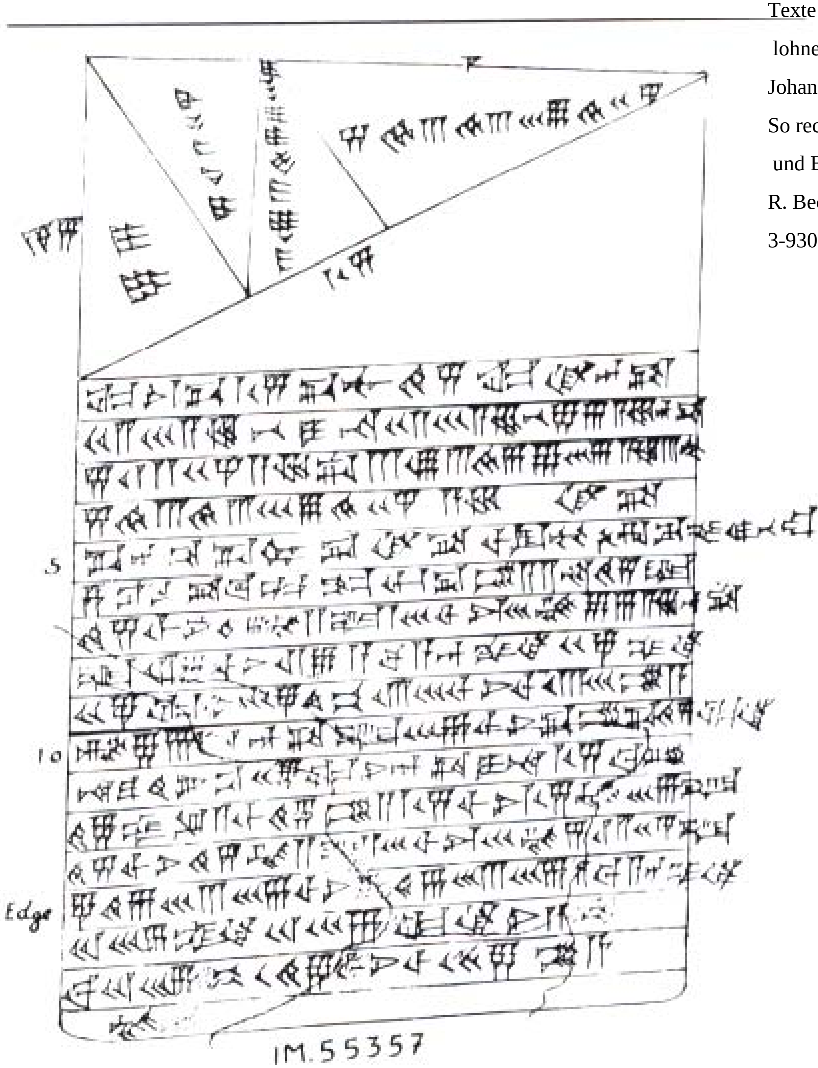
Peter Mäder

Mathematik hat Geschichte

Metzler-Verlag

3-8156-3363

Dreieck in Alt-Babylon



Texte aus dem sehr lohnenden Buch von Johannes Lehmann So rechneten Ägypter und Babylonier R. Becker-Verlag 3-930640-10-4

Dreieck in Alt-Babylon

Texte aus dem sehr lohnenden Buch von Johannes Lehmann So rechneten Ägypter und Babylonier R. Becker-Verlag 3-930640-10-4

26

In einem rechtwinkligen Dreieck mit der Fläche 3 000 Sar ist eine Parallele von 40 Gar Länge zur kleineren Kathete gezogen. Ihr Abstand von dieser Kathete beträgt $33\frac{1}{3}$ Gar.

Berechnen Sie die Längen der beiden Katheten!

(Hinweis: 1 Sar = 1 Gar^2. Gar war eine Längeneinheit. Die daraus abgeleitete Flächeneinheit hatte einen eigenen Namen, nämlich Sar.)

Dreieck in Alt-Babylon

Die zur Zeichnung (Bild 109/110) gestellte Aufgabe lautet:

In einem rechtwinkligen Dreieck ABC ist die Höhe $\overline{BD}$ gezogen, dazu $\overline{DE} \perp \overline{BC}$ und $\overline{EF} \perp \overline{AB}$. Gegeben und in der Zeichnung eingetragen sind $a_1 = 60$ (»Länge«), $b_1 = 45$ (»obere Breite«) und die Hypotenuse $c_1 = 75$ (»lange Länge«). Gefragt wird nach der »oberen«, der »abgeschnittenen« und der »unteren Länge« sowie nach der »Senkrechten«. (Dabei ist unklar, welche Senkrechte gemeint ist.)

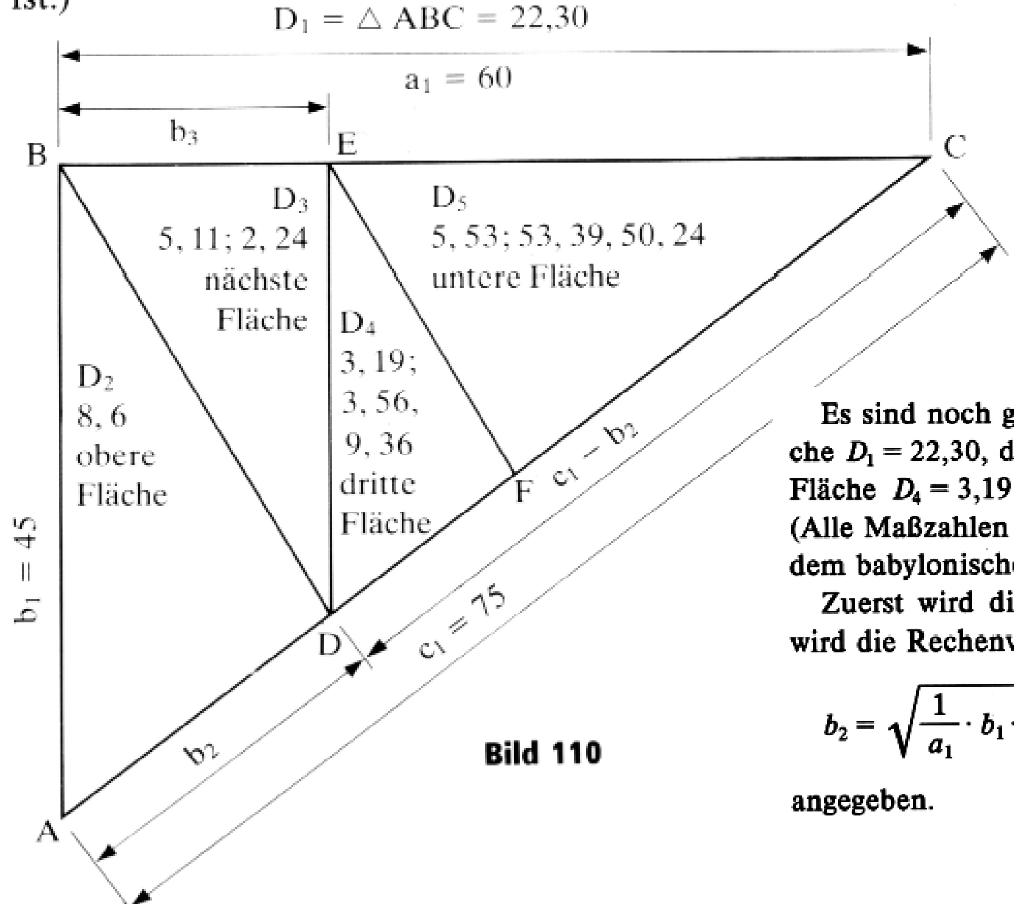


Bild 110

Texte aus dem sehr lohnenden Buch von Johannes Lehmann
So rechneten Ägypter und Babylonier
R. Becker-Verlag
3-930640-10-4

Es sind noch gegeben bzw. in die Figur eingeschrieben die Fläche $D_1 = 22{,}30$, die Fläche $D_2 = 8{,}6$, die Fläche $D_3 = 5{,}11;2{,}24$, die Fläche $D_4 = 3{,}19;3{,}56{,}9{,}36$ und die Fläche $D_5 = 5{,}53;53{,}39{,}50{,}24$. (Alle Maßzahlen sind in sexagesimaler Schreibweise entsprechend dem babylonischen Zahlensystem angegeben.)

Zuerst wird die Breite b_2 des Dreiecks ACD berechnet. Dabei wird die Rechenvorschrift

$$b_2 = \sqrt{\frac{1}{a_1} \cdot b_1 \cdot 2 \cdot D_2}$$

angegeben.

Dreieck in Alt-Babylon

Texte aus dem sehr lohnenden Buch von Johannes Lehmann So rechneten Ägypter und Babylonier R. Becker-Verlag 3-930640-10-4

Da die gesamte Berechnung auf Beweise verzichtet, auch mitten im Rechengang abbricht, soll hier nicht weiter darauf eingegangen werden.

a) Beweisen Sie die Richtigkeit der obengenannten Rechenvorschrift!

b) Prüfen Sie nach, ob die Summe der Flächeninhalte

$D_2 + D_3 + D_4 + D_5$

gleich der Fläche D_1 ist!

Rechnen Sie in die dezimale Schreibweise um!

Dreieck und Quadratische Gleichungen

28

Gerechte Teilung eines Dreiecks unter zwei Brüdern: Gegeben sei ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit der Hypotenuse $\overline{AB}$, das durch eine parallele Strecke $\overline{DE} = x$ zur Kathete $\overline{AC} = b = 30$ so geteilt werden soll, daß $A_1 - A_2 = 420$ und $h_2 - h_1 = 20$ gilt, wobei A_1 der Flächeninhalt und h_1 die Höhe des rechtwinkligen Trapezes $CAED$, A_2 der Flächeninhalt und h_2 die Kathete $\overline{BD}$ des rechtwinkligen Dreiecks EBD sind (s. Bild 111).

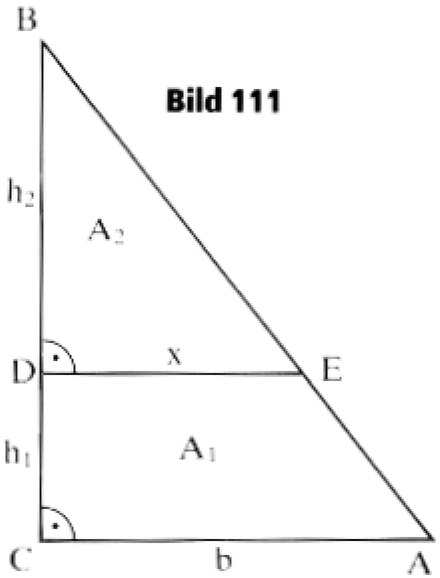


Bild 111

3-930640-10-4

b) Strasbourg (SKT 363,3)

(1) $x^2 + y^2 = 52{,}5$

(2) $x = z + 20$

(3) $y = 0;40z + 5$

c) London (BM 13901,2)

$x^2 - x = 14{,}30$

d) London (13901,17)

(1) $x^2 + y^2 + z^2 = 10{,}12;45$

(2) $y = \frac{x}{7}$

(3) $z = \frac{y}{7}$

e) New Haven (YBC 6504,1)

(1) $xy - (x-y)^2 = 8{,}20$

(2) $x - y = 10$

Rechnen Sie!

Dreieck in Alt-Babylon

26

In einem rechtwinkligen Dreieck mit der Fläche 3 000 Sar ist eine Parallele von 40 Gar Länge zur kleineren Kathete gezogen. Ihr Abstand von dieser Kathete beträgt $33\frac{1}{3}$ Gar.

Berechnen Sie die Längen der beiden Katheten!

(Hinweis: 1 Sar = 1 Gar^2. Gar war eine Längeneinheit. Die daraus abgeleitete Flächeneinheit hatte einen eigenen Namen, nämlich Sar.)

Texte aus dem sehr lohnenden Buch von Johannes Lehmann
So rechneten Ägypter und Babylonier
R. Becker-Verlag
3-930640-10-4