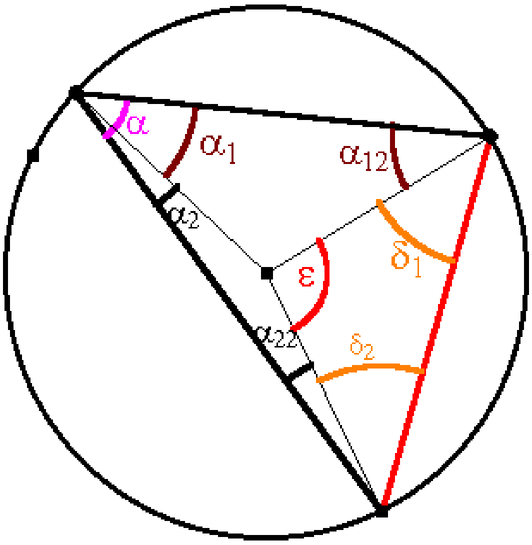
Geometrie: Umfangswinkelsatz-Sehnensatz-Höhensatz

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Uni Lüneburg, Februar 2004



Umfangswinkelsatz

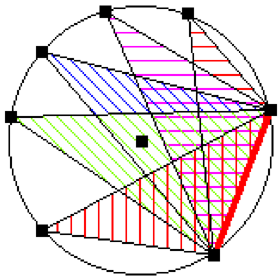
$\varepsilon = 2\ \alpha$ Die Winkel über einer Sehne sind gleich groß.

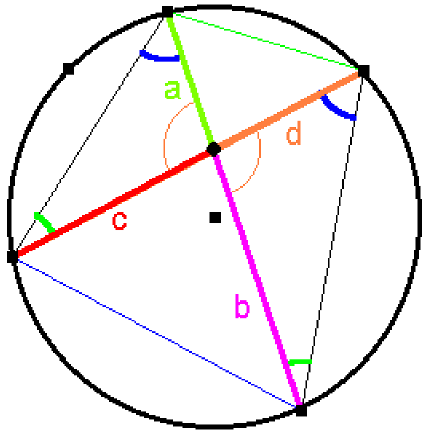
Beweis

$\varepsilon=180-\delta1-\delta2=\alpha+\alpha12+\delta1+\delta2+\alpha22\ -\ \delta2-\delta2$

$=\alpha+\alpha1+\alpha2$

$=\alpha+\alpha=2\ \alpha$



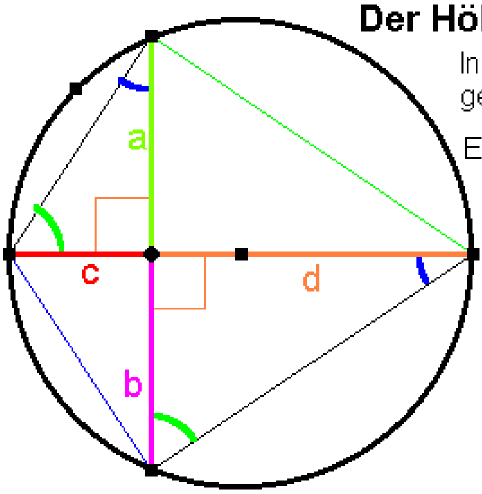


In einem Sehnenviereck mit Diagonalen sind die gegenüberliegende Dreiecke ähnlich. (UWS)

Es gilt: a:c= d:b, also

a*b= c*d

Sehnensatz



Der Höhensatz folgt aus dem Sehnensatz.

In einem Sehnenviereck mit Diagonalen sind die durch gegenüberliegende Dreiecke ähnlich. (UWS)

Es gilt: a:c= d:b, also

a*b= c*d

Sehnensatz

mit P innerhalb des Kreises

In der speziellen Lage, dass die eine Sehne ein Durchmesser ist und die andere auf ihr senkrecht steht, sind a und b gleich lang und mit a=b=h und c=p und d= q folgt aus dem Sekantensatz:

$h^2 = p * q$, der Höhensatz.

Wegen des Thalessatzes ist das betrachtete Dreieck rechtwinklig.