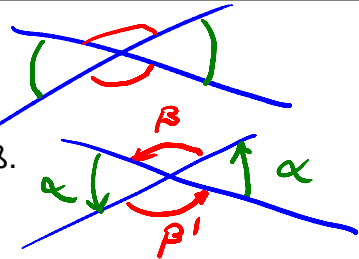


Definition: An einer Geradenkreuzung entstehen zwei Paare von **Scheitelwinkeln**.



Scheitelwinkel-Satz

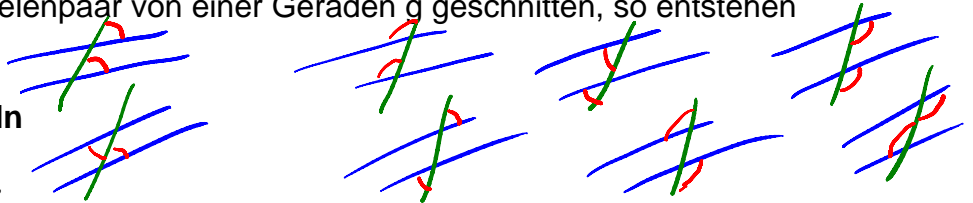
An einer Geradenkreuzung sind Scheitelwinkel gleich groß.

$$\alpha = \alpha' \quad \beta = \beta'$$

Anmerkung: Als Punktmenge sind α und α' verschieden und Puristen würden schreiben $w(\alpha) = w(\alpha')$, wobei $w(\dots)$ Winkelgröße von ... bedeutet. Aber selbst diese Puristen schreiben später nicht $\sin(w(\alpha))$, wie es dann sein müsste. Kontextabhängig ist stets klar, ob ein Winkel als Punktmenge gemeint ist, oder ob von seiner Größe die Rede ist.

Beweis: Ein Winkel entsteht durch zwei Strahlen, verlängert man die Strahlen zu Geraden, so wird klar, dass bei der Entstehung von α durch Drehung des 1. Schenkel zum 2. Schenkel auch α' entsteht und dass α' dieselbe Größe hat wie α . Dasselbe gilt für das andere Scheitelwinkelpaar.

Definition: Wird ein Parallelenpaar von einer Geraden g geschnitten, so entstehen Paare von **Stufenwinkeln** und Paare von **Wechselwinkeln**



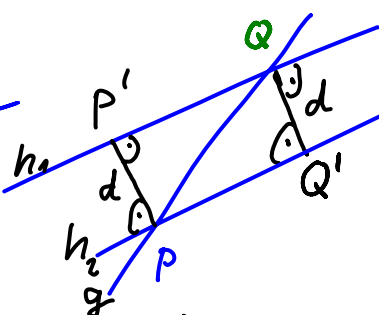
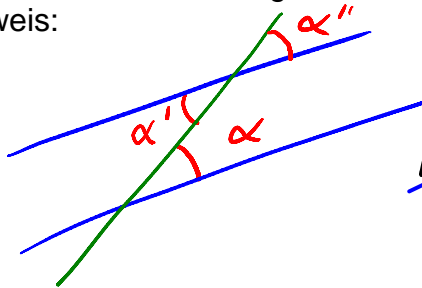
Wechselwinkel-Satz

An von einer Geraden geschnittenen Parallelen sind **Wechselwinkel** gleich groß.

Stufenwinkel-Satz

An von einer Geraden geschnittenen Parallelen sind **Stufenwinkel** gleich groß.

Beweis:



$$\begin{aligned} \perp(Q, h_1) \cap h_2 &= Q' \\ \perp(P, h_2) \cap h_1 &= P' \\ \overline{QQ'} &= \overline{PP'} =: d \text{ (Axiom)} \\ \sphericalangle QQ'P &= \sphericalangle PP'Q = \square \text{ (Axiom)} \end{aligned}$$

Rechts ist das abgeschwächte Rechteckaxiom genommen, mit dem starken Axiom folgt die Kongruenz aus SSS.

$$\triangle PQQ' \cong \triangle PP'Q$$

wegen SSW, lange Seite \overline{PQ} gegenüber \square

Jedenfalls folgt aus der Kongruenz der Dreiecke die Gleichheit der Winkel:

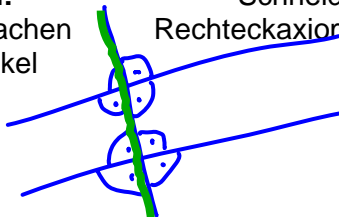
α'' ist Scheitelwinkel von α' , also $\alpha'' = \alpha'$ und auch $\alpha'' = \alpha$ (Transitivität der Gleichheit).

In den anderen Fällen kann man entweder genauso vorgehen oder man geht erst zu den Scheitelwinkeln über und beweist dann genauso.

Sonderfall:

dem schwachen Rechteckaxiom

Schneidet die Gerade eine Parallele senkrecht, so schneidet sie nach dem schwachen Rechteckaxiom auch die andere Parallele senkrecht und alle Winkel sind rechte Winkel und damit auch gleich groß.



q.e.d

(quod erat demonstrandum)
(was zu beweisen war)

Anmerkung zu den Schreibweisen: **Puristen** würden schreiben $g \cap h = \{S\}$ statt $g \cap h = S$ und $L(\overline{PQ}) = L(\overline{PQ'}) =: L(d)$

oder $|\overline{PQ}|$... statt $\overline{PQ} = \overline{PQ'} =: d$

Das ist die sicherste Methode, die Geometrie zu verleiden und Lernen zu verhindern. **Mathematiker denken** sich das.