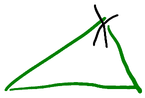
Aufbau der Geometrie Kongruenzsätze   Seite 2

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg, 17. Oktober 2006

Die Kongruenzsätze werden hier nicht auf die Kongruenzabbildungen zurückgeführt, sondern aus der Eindeutigkeit der Konstruktion begründet. Letztere wird axiomatisch als gegeben vorausgesetzt. Siehe Startseite.
Farbgebung: grün=gegeben, rot = gesucht   Achtung die pdf-Erzeugzeugung wandelt machmal die Farben.

Definition Figuren heißen **kongruent (=deckungsgleich)**, wenn in allen geometrischen Größen übereinstimmen. Ebene kongruente Figuren müssen also direkt oder umgewendet aufeinander gelegt werden können. Dabei kann man speziell gleichsinnig und gegensinnig kongruent unterscheiden.

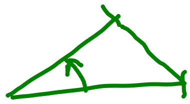
Kongruenzsätze



SSS Seite Seite Seite

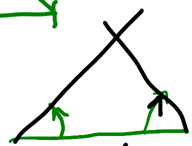
Stimmen zwei Dreiecke in 3 Seiten überein, so sind sie kongruent.

SWS Seite Winkel Seite



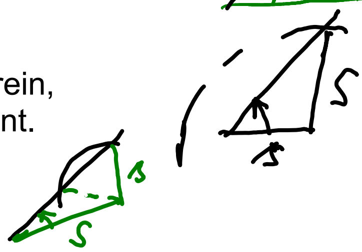
Stimmen zwei Dreiecke in 2 Seiten und dem eingeschlossenen Winkel überein, so sind sie kongruent.

WSW   Winkel Seite Winkel



Stimmen zwei Dreiecke in einer Seiten und den beiden anliegenden Winkeln überein, so sind sie kongruent.

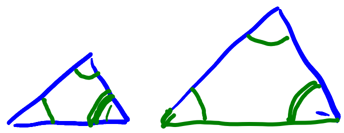
SsW   Groß-Seite Klein-Seite Winkel



Stimmen zwei Dreiecke in zwei Seiten und dem Winkel überein, der der längeren Seite gegenüber liegt, so sind sie kongruent.

Ist es der andere Winkel, ergeben sich beim Konstruieren genau zwei Lösungen.

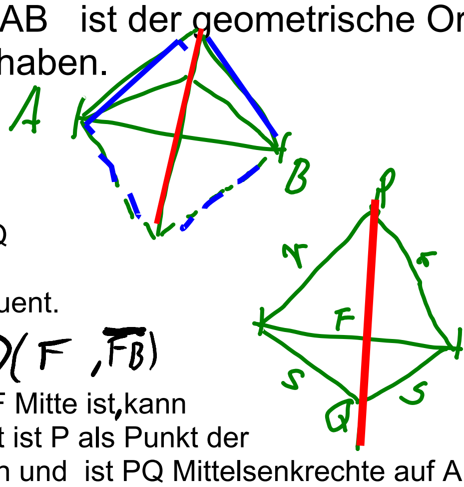
WWW Winkel Winkel Winkel



*Stimmen zwei Dreiecke in drei Winkeln überein, so heißen sie "**ähnlich**".*

---

m⊥ Satz: Die Mittelsenkrechte einer Strecke $\overline{AB}$ ist der geometrische Ort aller Punkte, die von A und B dieselbe Entfernung haben.



Beweis:
Sei P ein Punkt mit der Entfernung r von A und von B.
Sei Q ein Punkt mit der Entfernung s von A und von B.
Die Gerade PQ schneidet $\overline{AB}$ im Punkt F. (Ergänzung *)
Zu zeigen ist: 1.) F ist Mitte von $\overline{AB}$ und 2.) die Gerade PQ schneidet $\overline{AB}$ im rechten Winkel.
zu 1.) Wegen SSS sind die Dreiecke AQP und BQP kongruent.
Damit ist $\overline{FA} = \overline{FB}$, F ist also Mitte von AB.
zu 2) Mit F als Scheitel ist BFA ein gestreckter Winkel. ⊙(F, $\overline{FB}$)
ist der 1. Schritt der Winkelhalbierenden-Konstruktion Da F Mitte ist, kann mit A und B der 2. Schritt mit dem Radius r erfolgen. Damit ist P als Punkt der Winkelhalbierenden des gesteckten Winkels nachgewiesen und ist PQ Mittelsenkrechte auf AB.
Da P und Q beliebig unter den Punkten mit gleicher Entfernung zu A und B ausgewählt waren, ist die Mittelsenkrechte die gesuchte Ortslinie.   q.e.d.

Ergänzung *
Dieser Beweis ist "konstruktiv", das heißt er führt gleichzeitig zu einem Auffinden der Mittelsenkrechten. Wenn man sagt, M sei Mitte der Strecke AB, dann muss M zu der gesuchten Ortslinie gehören. M übernimmt zuerst die Rolle von Q und dann die Rolle von F in dem Beweis. Dabei taucht nun das Problem der Existenz des Schnittpunktes nicht auf. Dafür ist der Beweis nicht mehr "konstruktiv".