

Aufbau der Geometrie Start

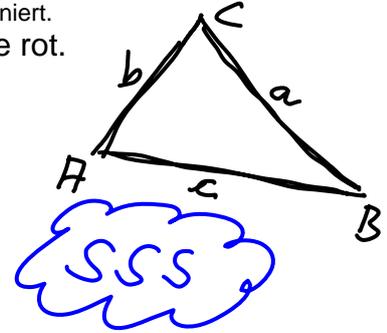
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg,

10. Oktober 2006

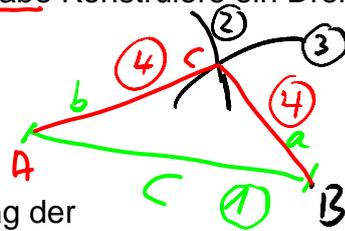
Grundgedanke: Die konstruierende Schulgeometrie soll hier aus der Eindeutigkeit der Konstruktion aufgebaut werden. Es werden "Grundaufgaben" genannt, deren Eindeutigkeit unmittelbar einleuchtet (axiomatisch gesetzt wird) oder sich durch schon durchgeführte Grundaufgaben und Sätze beweisen lässt. Dieses mündet sehr bald in der Formulierung der Kongruenzsätze, die dann zum wesentlichen Begründungs-Werkzeug werden.

Insbesondere werden die Eigenschaften der Spiegelungen als Sätze bewiesen und nicht axiomatisch vorausgesetzt. Unerwähnt bleiben hier Axiome wie: Es gibt zu einem Punkt P und einer Geraden g einen Kreis K, der g in genau zwei Punkten schneidet. Auch die Begriffe Kreis, Strahl, Strecke, werden hier nicht extra definiert.

Konvention: In Planfiguren u.ä. sind gegebene Stücke grün, gesuchte rot. Nummern verdeutlichen die Reihenfolge der Konstruktionsschritte.



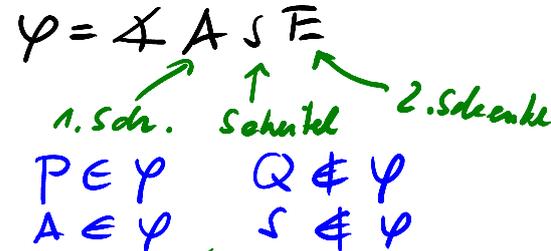
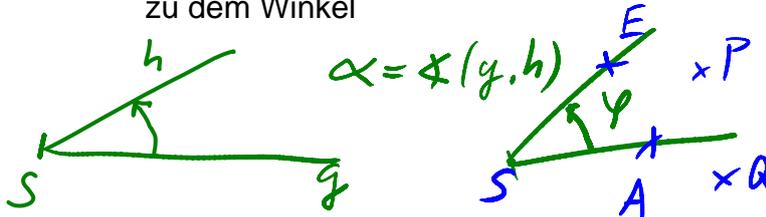
1. Grundaufgabe Konstruiere ein Dreieck aus drei gegebenen Seiten.



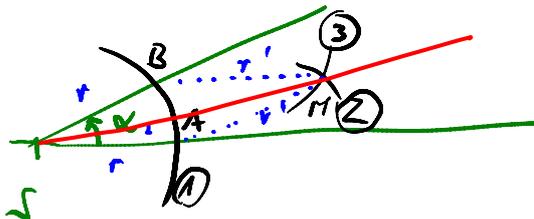
- ① $C = \overline{AB}$
- ② $\odot(A, b)$
- ③ $\odot(B, a)$
- ④ $C = ② \cap ③$ falls existiert
 $\triangle ABC$ war gesucht

Bei Beachtung der Orientierung gibt es nur eine Lösung, wenn sich die Kreise überhaupt schneiden. Für $a + b \leq c$ existiert das Dreieck nicht.

Definition: Zwei Strahlen g und h mit demselben Anfangspunkt S bilden den Winkel, $\sphericalangle(g, h)$ indem sich der 1. Schenkel g ums S gegen die Uhr dreht bis zum 2. Schenkel h. Alle Punkte, die dabei überstrichen werden, und alle Punkte der Schenkel gehören zu dem Winkel



2. Grundaufgabe Konstruiere die Winkelhalbierende.



- ① $\odot(S, r), r \text{ bel.}$
 $\rightsquigarrow A, B$
- ② $\odot(A, r')$
- ③ $\odot(B, r')$ $r' \text{ bel., hinreichend groß.}$
- $\rightsquigarrow M = ② \cap ③$
 $\overrightarrow{SM} = wh(\alpha)$

Beweis $\triangle SMB \cong \triangle SMA$
(Wegh) \cong gegenseitig
(SSS) \cong deckungsgleich
 $\Rightarrow \sphericalangle MSB \cong \sphericalangle ASM$ ged.

Def: gestreckter W. β ist Nebenwinkel von α
Ein rechter Winkel entsteht durch Halbieren des gestr. W.