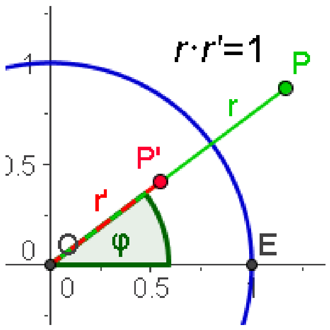
Polarkoordinaten und Inversion am Kreis

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg, 6. März 2006



Kennzeichende Gleichung der Inversion am Kreis ist

$r \cdot r' = R^2$, wobei R der Radius des Inversionskreises ist.

Nimmt man den Einkeitskreis, dann gilt $r \cdot r' = 1$.

Fasst man P und P' als Punkte in Polarkoordinaten auf, so sind also die Polarradien von Punkt und Bildpunkt algebraisch invers zueinander. Die Polarwinkel stimmen überein.

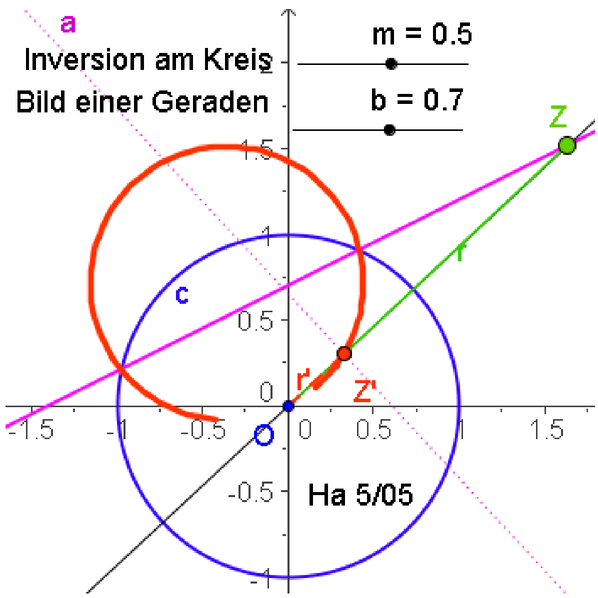
So erklärt sich auch der Name **Inversion.**

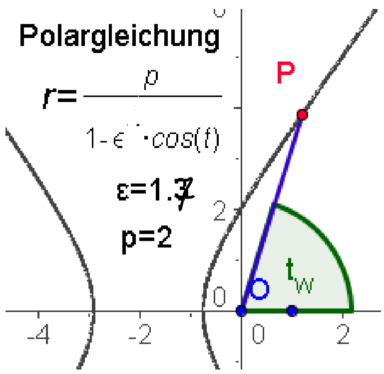
Hier folgt eine Zusammenstellung einiger Kurven mit ihrer kartesischen Gleichung und ihrer Polargleichung. Grundsätzlich erhält man sie aus einer x-y-Darstellung durch Einsetzen von $y = r \cdot \cos(\varphi) \wedge x = r \cdot \sin(\varphi)$ und Auflösung nach r

Senkrechte Gerade $x = a$	allgemeine Gerade $y = m\ x + b$	Kreis um (a,b) durch Ursprung $(x-a)^2 + (y-b)^2 = a^2 + b^2$	Kegelschnitte Brennpunkt im Ursprung	Strophoide $y^2 = \frac{(x-1)^2}{2-x} x$
$r = \frac{a}{\cos(\varphi)}$	$r = \frac{b}{\sin(\varphi) - m \cdot \cos(\varphi)}$	$r = 2\ a\ \cos(\varphi) + 2\ b\ \sin(\varphi)$	$r = \frac{p}{1 - \varepsilon\ \cos(\varphi)}$	$r = \frac{1 \pm \sin(\varphi)}{\cos(\varphi)}$

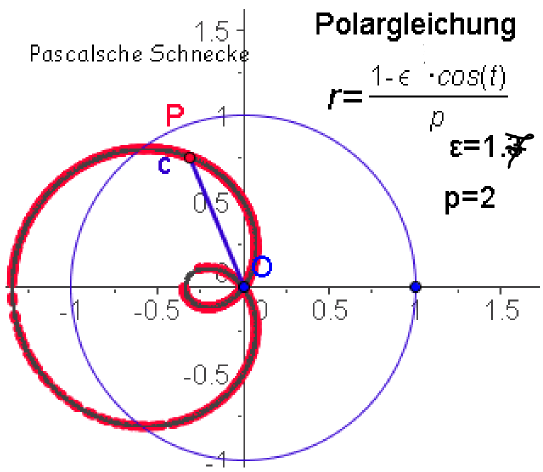
Die Polargleichung des Inversen einer Kurve ist das algebraisch Inverse ihrer Polargleichung.

Man sieht hier: **Geraden und Kreise durch den Urspung sind zueinander invers.**





Diese Hyperbel hat den Brennpunkt im Ursprung.
Ihre Inversion am Einheitskreis ergibt die Pascalsche Schnecke.



Die Strophoide rechts stimmt als Ganzes mit ihrem Inversen überein.
Kurven mit dieser Eigenschaft heißen
analagmatische Kurven