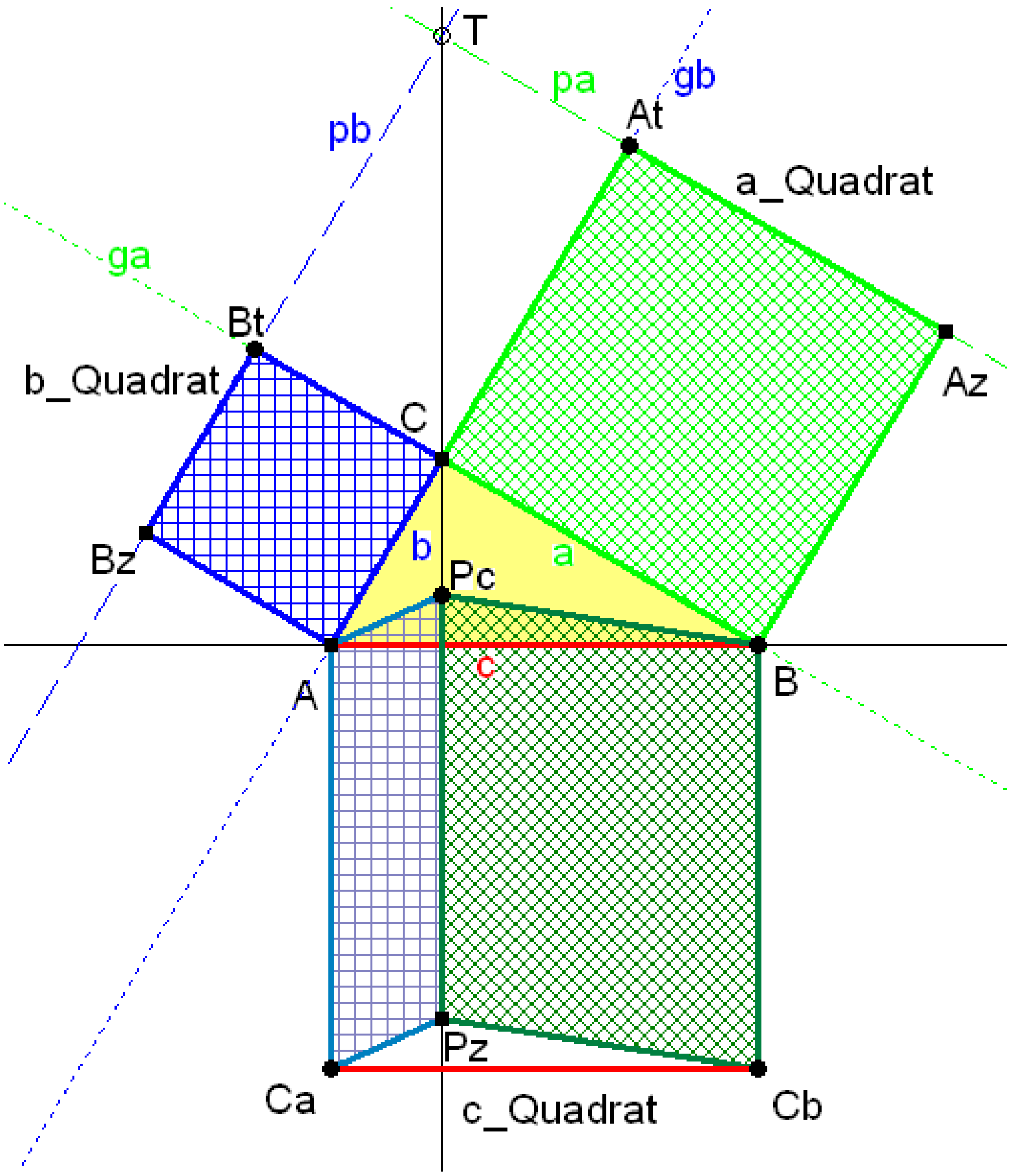
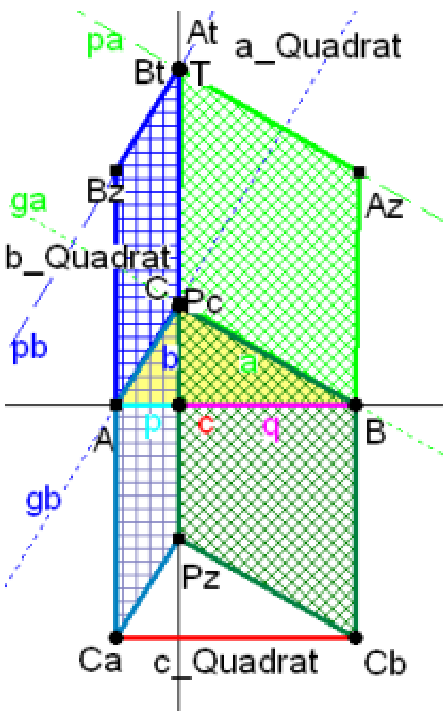
Geometrie   Kathetensatz und Pythagorassatz

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Uni Lüneburg, 16. Januar 2004



Da pa und pb als Parallelen zu a und b im Abstand a bzw. b konstruiert sind, ist CAtTBt ein Rechteck mit den Kanten a und b, das in zwei zu ABC kongruente Dreiecke zerlegt ist.
Speziell ist Strecke CT=c.
Die Winkel bei c im weißen Gebiet sind α und β , sie haben ihre Scheitelwinkel im gelben Gebiet, daher steht die Gerade TC senkrecht auf c, ist also Höhengerade von c, die c in die Höhenabschnitte p und q teilt.

Hier sind p und q nicht als Namen eingetragen. Siehe aber unten.



Das Quadrat über der Seite a kann also in ein Parallelogramm mit den Seiten a und c und spitzem Winkel α geschert werden. Das aus q und c gebildete Rechteck kann damit in ein kongruentes Parallelogramm geschert werden.
Ebenso:

Das Quadrat über der Seite b kann also in ein Parallelogramm mit den Seiten b und c und spitzem Winkel β geschert werden. Das aus p und c gebildete Rechteck kann damit in ein kongruentes Parallelogramm geschert werden.

Da ein grünes und ein blaues Parallelogramm zusammen das Quadrat über der Seite c ergeben, gilt:

$a^2 = q \cdot c$ und $b^2 = p \cdot c$, der Kathetensatz, und

$a^2 + b^2 = c^2$ der Satz des Pythagoras.

Die Anregung zu diesem Beweis verdanke ich Prof. Dr. Jäger, (1997 Saarbrücken), aus einer Bespieldatei zu Euklid-Dynageo..
Interaktive Dynageodatei dieser Seite in http://www.uni-lueneburg.de/mathe-lehramt