

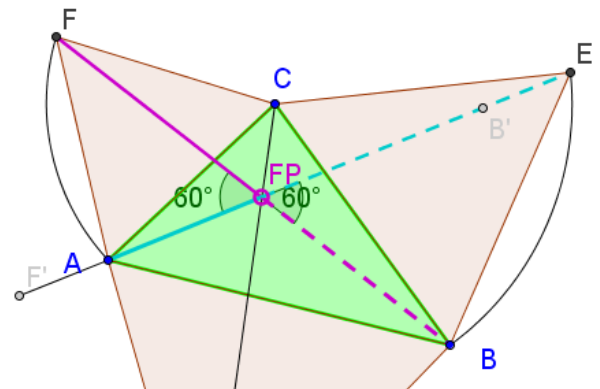
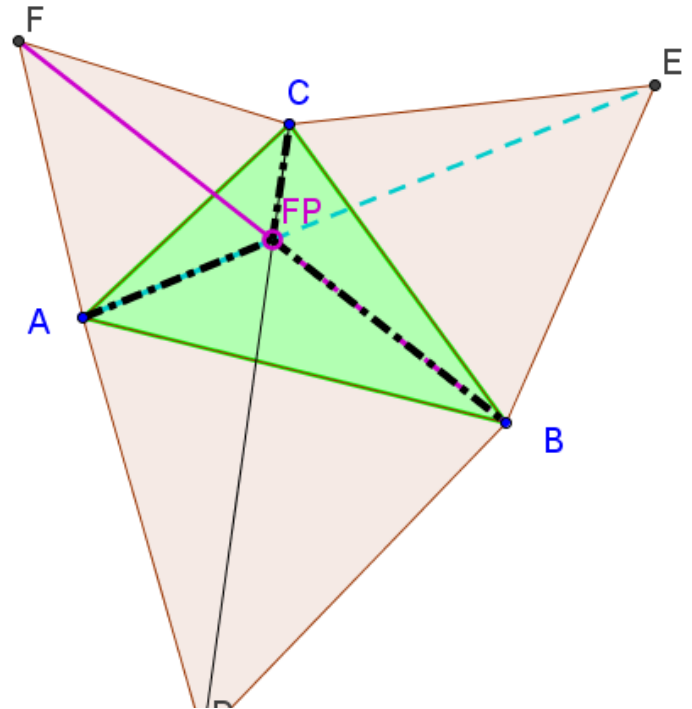
Fermatpunkt

Für den Fermatpunkt FP ist die Summe der Abstände von den Ecken minimal.

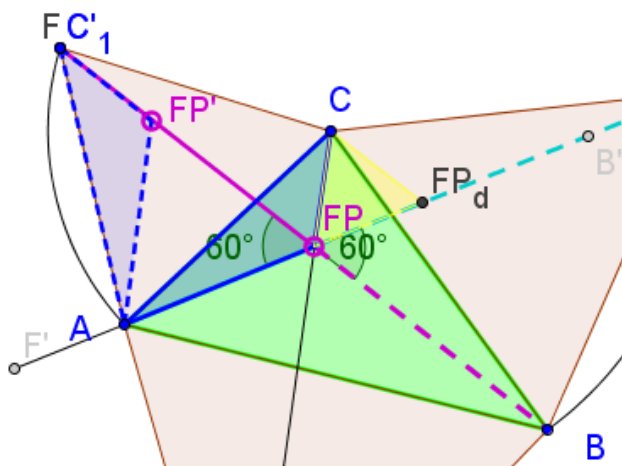
Man erhält FP durch Ansetzen von gleichseitigen Dreiecken und die eingezeichneten Verbindungen. Diese bilden einen Winkel von je 120° miteinander.

Beweis:

In der rechten unteren Figur führt man eine Drehung um C mit 60° aus. Damit geht F auf A und B auf E. Also sind die Strecken FB und AC gleich lang. Weiter geht FP auf FP. Der grüne 60° -Winkel ergibt sich aus dem Drehpunktwechsel von C auf FP (siehe Extraseite „Drehung o Verschiebung“).



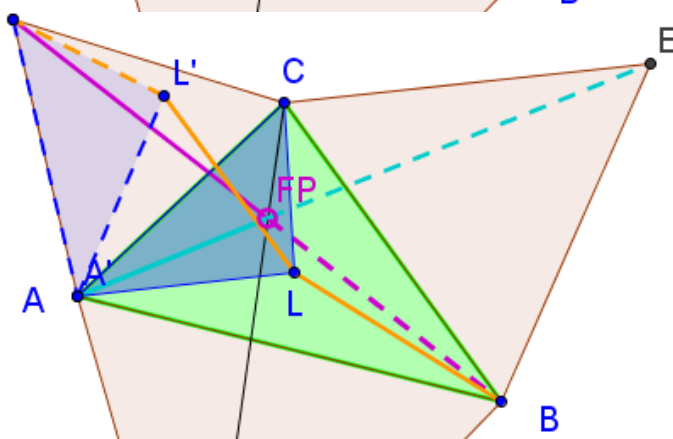
Wegen der 60° ist das gelbe Dreieck C FP FP nicht nur gleichschenkelig sondern gleichseitig.



Damit haben alle (ungeteilten) Winkel bei FP die Größe 60° und die Gerade C FP trifft Ecke D.

Also sind bilden die Wege der kleinsten Wegsumme Winkel von 120° miteinander.

Nun wird gezeigt, dass diese Wegsumme = Strecke FB ist: Dazu wird das Dreieck A FP C um 60° gedreht. Dabei geht C auf F. Dreieck A FP FP' gleichseitig Wegen der 120° liegt FP' auf Strecke C FP. Also Wegsumme = B FP + A FP + C FP = B FP + FP + FP' = BF.



Es bleibt zu zeigen, dass FP die kleinste Wegsumme erzeugt:

Ein Konkurrenzpunkt L hat mit den obigen Argumenten als Wegsumme den orangefarbenen Streckenzug BLL'C'. Er ist ersichtlich länger als die direkte Strecke FB, diese ist also die minimale Wegsumme. q.e.d.