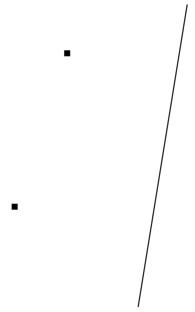
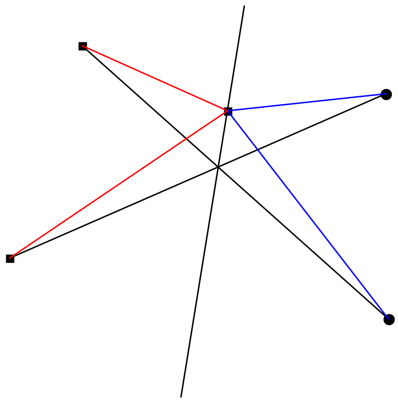
Euklid Geometrie Minimaleigenschaft des Höhenfußpunkts-Dreiecks

Dr.Dörte Haftendorn Johanneum Datei kurz#.geo 4. Januar 1997

Kürzester Weg mit "Anschlag"

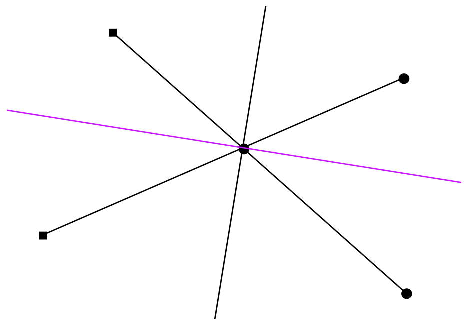


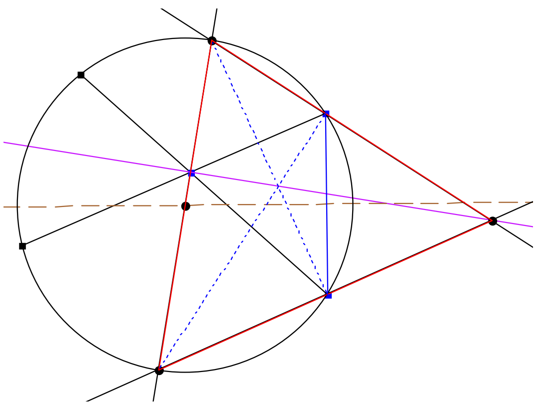
Zeichne eine Gerade und zwei Punkte außerhalb der Geraden.
Binde einen Punkt an die Gerade und suche den kürzesten Weg, der von dem einen Punkt zum anderen führt und mit der Geraden einen Punkt gemeinsam hat.



Hier sieht man, dass der schwarze Weg von einem Punkt zu dem Spiegelpunkt des anderen Punktes kürzer ist als der farbige Weg.

Offenbar ist die violette Senkrechte auf der Spiegelachse auch eine Symmetrieachse Geradenkreuzes.

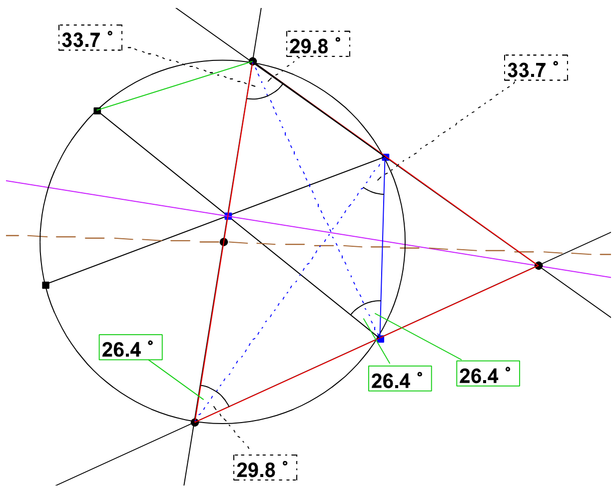




Hier ist nun ein Thaleskreis zur blauen Strecke als Sehne gezeichnet und damit ein großes rotes Dreieck konstruiert. Darum stehen die blau gepunkteten Strecken senkrecht auf den entsprechenden Dreiecksseiten.

Merkwürdig und beweisbedürftig ist, daß die violette Gerade durch den Schnittpunkt der blau gepunkteten Strecken geht. Außerdem scheint sie auch noch die dritte Dreiecksecke zu treffen!

Durch Anwendung des Umfangswinkelsatzes kann man erkennen, dass die grün bezeichneten Winkel gleich groß sind.
Damit sind die blau gepunkteten Geraden Winkelhalbierende in dem kleinen Dreieck.
Die violette Gerade war auch Winkelhalbierende. Die Winkelhalbierenden schneiden sich sicher in einem Punkt. Die blau gepunkteten Geraden sind aber auch Höhen in dem großen Dreieck und die violette Gerade ist Lot vom Höhenschnittpunkt auf die entsprechende Seite. Als ist sie selbst auch Höhe und muß daher durch die dritte Dreiecksecke verlaufen.0



Bei fester blauer Strecke sind nach Obigem die beiden schwarzen Seiten des HFD minimal. Hält man nun eine der schwarzen Seiten fest, so hat der freie Punkt est dann optimale Lage, wenn er Höhenfußpunkt ist.

Fazit: Im Höhenfußpunkt-Dreieck HFD sind die Höhen des großen Dreiecks Winkelhalbierende. Das HFD hat unter den dem großen Dreieck einbeschriebenen Dreiecken den kleinsten Umfang.