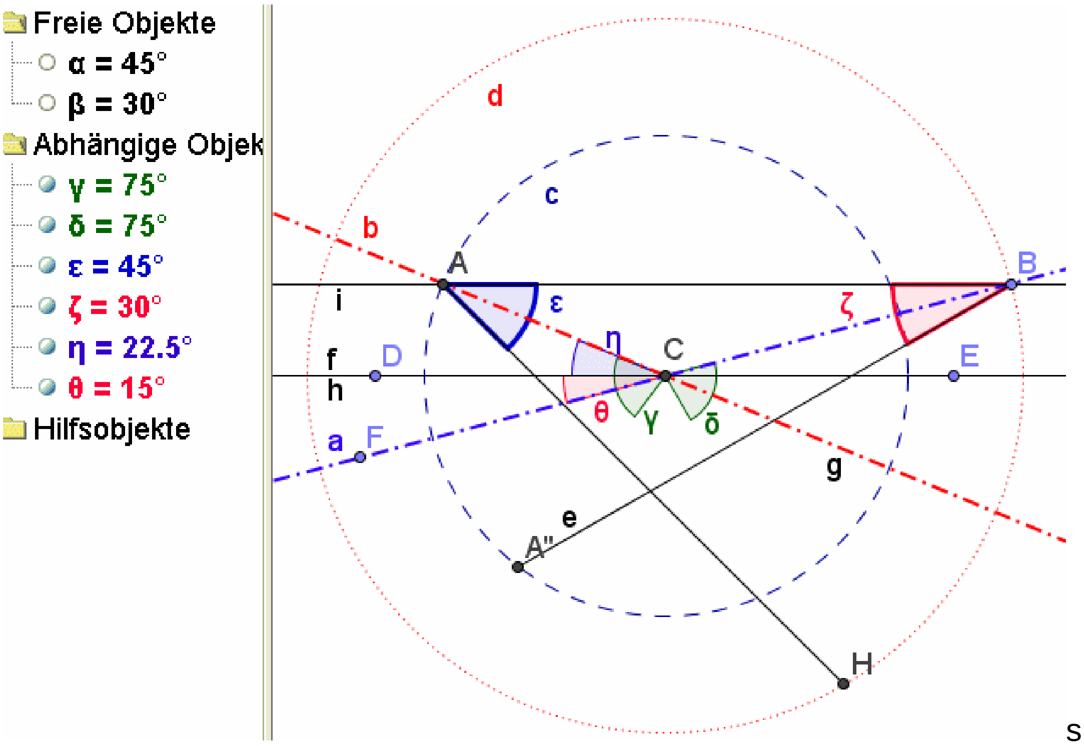
Doppeldrehung

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg, 8. März 2007



Es sollen die Drehungen $D(A,\alpha)$ und $D(B,\beta)$ zu einer einzigen Kongruenzabbildung K zusammengefasst werden.
Da K gleichsinnig sein muss, kommt nur wieder eine Drehung, eine Verschiebung oder die Identität infrage. Durch zwei Punkte und ihre Bilder ist diese dann eindeutig festgelegt.
Oben ist dargestellt, wie man die zusammengesetzte Drehung konstruieren kann.
Zusammengefasst: Man konstruiert ein Bild von A und ein Urbild von B unter der Doppeldrehung. Aus diesen beiden Punktepaaren gewinnt man mit den Mittelsenkrechten den gesuchten Drehpunkt (falls ex.) und als Drehwinkel kann man die Summe beider einzelnen Drehwinkel finden.
Ausführlich:

$\alpha = \varepsilon \; ; \beta = \zeta \qquad D(B,\beta) \circ D(A,\alpha) = D(M,\omega) \; ; M, \omega$ gesucht

$A'' := D(M,\omega)(A) = D(B,\beta) \circ D(A,\alpha)(A) = D(B,\beta)(A)$

$H := D(A,-\alpha)(B)$

$H'' := D(M,\omega)(H) = D(B,\beta) \circ D(A,\alpha) \circ D(A,-\alpha)(B) = D(B,\beta)(B) = B$

$a := m_\perp(A,A'') \qquad b := m_\perp(H,B) \qquad C := a \wedge b$

für $a \nparallel b \; \exists \, C \qquad M := C$

$i := AB \qquad h := \parallel(i,C) \qquad \eta := \sphericalangle(b,h) = \frac{\varepsilon}{2} = \frac{\alpha}{2}$

$\theta := \sphericalangle(h,a) = \zeta/2 = \frac{\beta}{2}$

$\omega := \sphericalangle ACA'' = 2 \sphericalangle ba = 2\cdot(\eta+\theta) = 2\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}\right) = \alpha+\beta = \gamma$ im Bild.

Wenn sich die Mittelsenkrechten nicht schneiden, dann ist der Vektor $\overrightarrow{AA''}$, bzw. $\overrightarrow{HB}$ der Verschiebungsvektor. Dieser Fall tritt ein, wenn A ungleich B ist und die Drehwinkel zusammen den Vollwinkel ergeben. Ist Letzteres der Fall und auch noch A=B, ergibt sich die Identität.