

Sonnenblume

Prof. Dr. Dörte Haftendorn: Mathematik mit MuPAD 4, Jan 08 Update 7.1.08

<http://haftendorn.uni-lueneburg.de>

www.mathematik-verstehen.de

Erzeugung von Punkten durch komplexe Iteration

```
f:=z->q*E^(2*PI*phi*I)*z
```

$$z \rightarrow q \cdot E^{2 \cdot \pi \cdot \text{phi} \cdot i} \cdot z$$

```
phi:=(sqrt(5)-1)/2;float(%)
```

$$\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}$$

0.6180339887

zu lesen als Anteil des Vollwinkels

```
gw:=phi*360;
```

```
g:=360-gw;
```

222.4922359

137.5077641

Dieser Winkel heißt **goldener Winkel**.

```
q:=0.999;
```

q bewirkt die passende Verkürzung.

```
n:=2:
```

```
li:=(f@@i)(1) $ i=1..n;
```

```
pkte:=[Re(li[j]),Im(li[j])] $j=1..n;
```

$$0.999 \cdot e^{\pi \cdot 1.236067977 \cdot i}, 0.998001 \cdot e^{\pi \cdot 2.472135955 \cdot i}$$

$$[0.999 \cdot \cos(1.236067977 \cdot \pi), 0.999 \cdot \sin(1.236067977 \cdot \pi)], [0.998001 \cdot \cos(2.472135955 \cdot \pi), 0.998001 \cdot \sin(2.472135955 \cdot \pi)]$$

Die wirkliche Verwendung der Iteration ist ungünstig, weil die Berechnung von Real- und Imaginärteil zu aufwendig ist. Man dreht mit der Uhr um 137,5... Grad. Gerechnet math. positiv um 222,49... Grad.

```
phi:=(sqrt(5)-1)/2;
```

```
phi:=float(%)
```

$$\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}$$

0.6180339887

```
(1-phi)*55
```

21.00813062

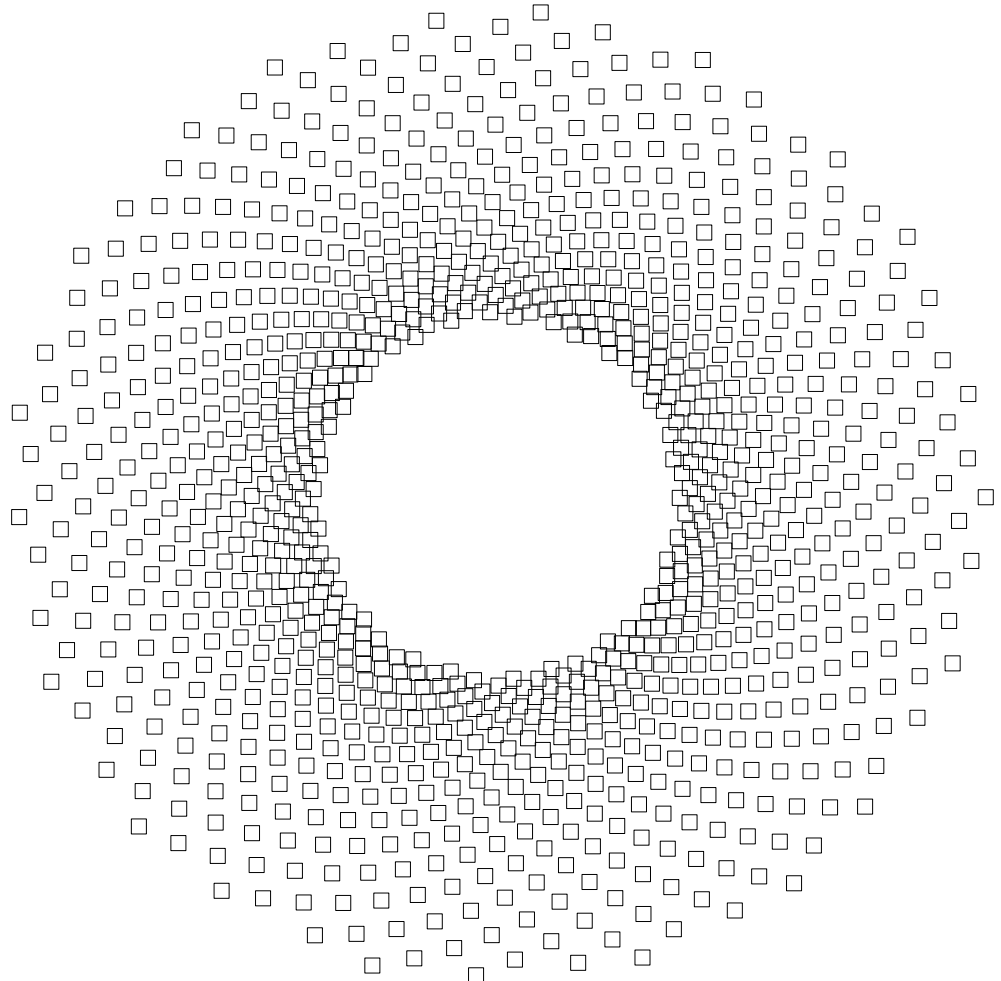
Dazu noch mehr weiter unten.

```
phi:=float(sqrt(5)-1)/2;
```

```

phi:=float(sqrt(5)-1)/2;
n:=1000;
pkte:=[q^j*cos(2*PI*phi*j),q^j*sin(2*PI*phi*j)] $j=0..n:
plot(plot::Listplot([pkte],Axes=None,PointStyle=Squares,
Scaling=Constrained, LinesVisible=FALSE,PointSize=2))

```



#####

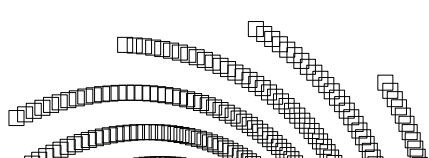
Hier kann man mit Varianten experimentieren. 0.6 oder 0.62 oder 0.625

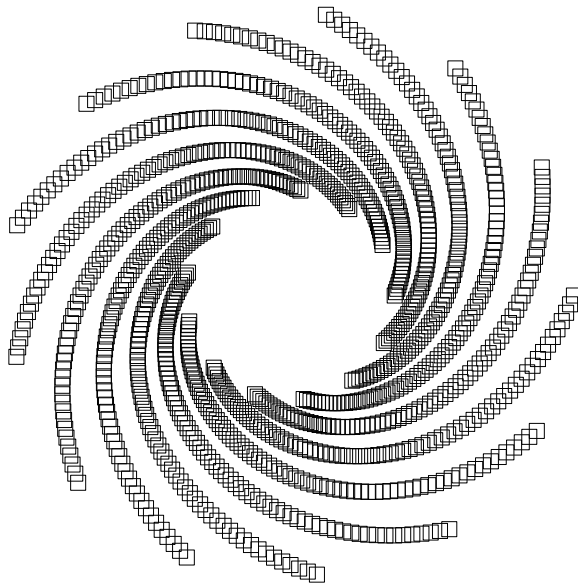
```

phivari:=0.615;
n:=1000;
pkte:=[q^j*cos(2*PI*phivari*j),q^j*sin(2*PI*phivari*j)]
$j=0..n:
plot(plot::Listplot([pkte],Axes=None,PointStyle=Squares,
Scaling=Constrained, LinesVisible=FALSE,PointSize=2))

```

0.615





```
matrix([[i, (0.phivari*i*2)] $ i=1..13])
```

1	1.23
2	2.46
3	3.69
4	4.92
5	6.15
6	7.38
7	8.61
8	9.84
9	11.07
10	12.3
11	13.53
12	14.76
13	15.99

Hier für phivari=0.615, gibt es 13 Spiralen, nach je 16 Runden kommt ein neues Karo in einen Spiralarm.

#####

Warum entstehen gerade 55 rechtsdrehende Spiralen?

```
phi:=float(sqrt(5)-1)/2
```

0.6180339887

```
gw:=phi*360;
```

```
gw2:=360-gw
```

222.4922359

137.5077641

```
55*gw2/360
```

21.00813062

d.h. die 55 Spiralen kommen zustande, weil 55 goldene

d.h. die 55 Spiralen kommen zustande, weil 55 goldene Winkel sehr wenig mehr als 21 Runden ergeben.
Darum liegen die Karos nach je 21 Runden sehr dicht an den vorigen.

```
matrix([[i, (phi*i)] $ i=1..55])
```

```
( 1 0.6180339887 )  
 2 1.236067977  
 3 1.854101966  
 4 2.472135955
```

1 0.6180339887
2 1.236067977
3 1.854101966
4 2.472135955
5 3.090169944
6 3.708203932
7 4.326237921
8 4.94427191
9 5.562305899
10 6.180339887
11 6.798373876
12 7.416407865
13 8.034441854
14 8.652475842
15 9.270509831
16 9.88854382
17 10.50657781
18 11.1246118
19 11.74264579
20 12.36067977
21 12.97871376
22 13.59674775
23 14.21478174
24 14.83281573
25 15.45084972
26 16.06888371
27 16.6869177
28 17.30495168
29 17.92298567
30 18.54101966
31 19.15905365
32 19.77708764
33 20.39512163
34 21.01315562
35 21.63118961
36 22.24922359
37 22.86725758
38 23.48529157
39 24.10332556
40 24.72135955
41 25.33939354
42 25.95742753
43 26.57546152
44 27.1934955
45 27.81152949
46 28.42956348
47 29.04759747
48 29.66563146
49 30.28366545
50 30.90169944
51 31.51973343
52 32.13776741
53 32.7558014
54 33.37383539
55 33.99186938

52 32.13776741
53 32.7558014
54 33.37383539
55 33.99186938

Übrigens sind es gerade 34 linksdrehende Spiralen.

[