

Mathe-Basis verstehen: *Es ist nie zu spät!*



Schulinterne
Lehrer-
Fortbildung,
11.4.2017
g-11 Hamburg
Gewerbeschule für Gastronomie und Ernährung

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> ->Didaktik Folie 1

Mathe-Basis

- Was wird i.d.R. nach der Sek 1 **nicht sicher gekonnt**?
 - Zuordnungen, Dreisatz u.ä.
 - Kopfrechnen
 - Größenvorstellungen und Umrechnungen
 - Prozentrechnung, Bruchrechnung
- Was macht es erfahrungsgemäß **schwierig**, die notwendigen Fähigkeiten **doch noch zu lehren**?
 - Verfestigtes Selbstkonzept: „konnte ich nie“
 - Überdross, Langeweile, schlechte Erfahrungen
 - mangelnder Einsatz, „is nich meins“
 - Schere zwischen Alter der Lernenden und Anspruch

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> ->Didaktik Folie 2

Proportionale Zuordnungen

Kennzeichen: doppelt wird doppelt, halb wird halb

$\begin{matrix} :2 \\ \uparrow \end{matrix} \begin{matrix} 2 \text{ kg} \\ 4 \text{ kg} \end{matrix} \begin{matrix} \text{Rosinen kosten} \\ \text{Rosinen kosten} \end{matrix} \begin{matrix} 3,60 \text{ €} \\ 7,20 \text{ €} \end{matrix} \begin{matrix} \cdot 2 \\ \downarrow \end{matrix}$

Strategie: links und rechts auf gleiche Weise rechnen

Rosinen in kg	Preis in €
2	3,60
7	?

Startinfo
Frage
Grundinfo
Antwort

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> ->Didaktik Folie 3

Proportionale Zuordnungen

Kennzeichen: doppelt wird doppelt, halb wird halb

$\begin{matrix} :2 \\ \uparrow \end{matrix} \begin{matrix} 2 \text{ kg} \\ 4 \text{ kg} \end{matrix} \begin{matrix} \text{Rosinen kosten} \\ \text{Rosinen kosten} \end{matrix} \begin{matrix} 3,60 \text{ €} \\ 7,20 \text{ €} \end{matrix} \begin{matrix} \cdot 2 \\ \downarrow \end{matrix}$

Strategie: links und rechts auf gleiche Weise rechnen

Als Aufgaben:

Die 1 gehört in die Spalte, in der das ? nicht ist.

Rosinen in kg	Preis in €
2	3,60
7	1,80
7	12,60

Startinfo
Frage
Grundinfo
Antwort

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> ->Didaktik Folie 4

Proportionale Zuordnungen

Kennzeichen: doppelt wird doppelt, halb wird halb

$\begin{matrix} :2 \\ \uparrow \end{matrix} \begin{matrix} 2 \text{ kg} \\ 4 \text{ kg} \end{matrix} \begin{matrix} \text{Rosinen kosten} \\ \text{Rosinen kosten} \end{matrix} \begin{matrix} 3,60 \text{ €} \\ 7,20 \text{ €} \end{matrix} \begin{matrix} \cdot 2 \\ \downarrow \end{matrix}$

Strategie: links und rechts auf gleiche Weise rechnen

Als Aufgaben:

Die 1 gehört in die Spalte, in der das ? nicht ist.

Auch Strichrechnung ist erlaubt.

Rosinen in kg	Preis in €
2	3,60
7	1,80
7	12,60
9	16,20

Startinfo
Frage
Grundinfo
Antwort

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> ->Didaktik Folie 5

Proportionale Zuordnungen

Kennzeichen: doppelt wird doppelt, halb wird halb

$\begin{matrix} :2 \\ \uparrow \end{matrix} \begin{matrix} 2 \text{ kg} \\ 4 \text{ kg} \end{matrix} \begin{matrix} \text{Rosinen kosten} \\ \text{Rosinen kosten} \end{matrix} \begin{matrix} 3,60 \text{ €} \\ 7,20 \text{ €} \end{matrix} \begin{matrix} \cdot 2 \\ \downarrow \end{matrix}$

Strategie: links und rechts auf gleiche Weise rechnen

Als Aufgaben:

Die 1 gehört in die Spalte, in der das ? nicht ist.

Auch Strichrechnung ist erlaubt.

Dreisatz ist das.

Rosinen in kg	Preis in €
2	3,60
7	1,80
7	12,60
9	16,20
20	19,80

Startinfo
Frage
Grundinfo
Antwort

Wie viele Kilotüten bekommt man für 20 €?

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> ->Didaktik Folie 6

Proportionale Zuordnungen

Kennzeichen: doppelt wird doppelt, halb wird halb

Strategie: links und rechts auf gleiche Weise rechnen

Freiheiten geben

Kreativität herausfordern

Rechenwege erläutern

Nicht die Menge der Aufgaben macht's sondern die **Intensität**
 Die Einführungsaufgabe immer wieder erwähnen:
 „das machen wir jetzt wie bei den Rosinen“,
 dadurch wird sie im Hirn verankert und Angst wird abgebaut.
 Ggf. neue Strategien, z.B. Graph zeichnen, auch darauf beziehen.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> ->Didaktik Folie 7

Vergleich von Zuordnungen

Proportional=
Verhältnigleich

Kennzeichen: doppelt wird doppelt, halb wird halb

Strategie: links und rechts auf gleiche Weise rechnen, Punkt- und Strichrechnung sind erlaubt.

In jeder Zeile ist hat der Bruch aus den Größen denselben Wert, dieser Wert ist die **Grundinfo**, z.B. **der Kilopreis, der Preis pro Liter....**

~~2~~ Kartoffelschälfrauen brauchen ~~3~~ Stunden

~~4~~ Kartoffelschälfrauen brauchen ~~?~~ Stunden

~~1~~ Kartoffelschälfrau braucht ~~?~~ Stunden

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> ->Didaktik Folie 8

Vergleich von Zuordnungen

Proportional=
Verhältnigleich

Kennzeichen: doppelt wird doppelt, halb wird halb

Strategie: links und rechts auf gleiche Weise rechnen, Punkt- und Strichrechnung sind erlaubt.

In jeder Zeile ist hat der Bruch aus den Größen denselben Wert, dieser Wert ist die **Grundinfo**, z.B. **der Kilopreis, der Preis pro Liter....**

Umgekehrt Proportional=
Produktgleich

Kennzeichen: doppelt wird halb, halb wird doppelt

Strategie: links und rechts mit mal und geteilt entgegengesetzt rechnen, Strichrechnung ist nicht erlaubt.

~~2~~ Kartoffelschälfrauen brauchen ~~3~~ h ~~?) :2~~

~~4~~ Kartoffelschälfrauen brauchen ~~6~~ h ~~?) :4~~

~~1~~ Kartoffelschälfrau braucht ~~?~~ h ~~?) :4~~

~~24~~ Kartoffelschälfrauen brauchen ~~?~~ h

In jeder Zeile ist das **Produkt 6 h**.

Henne Berta brütet ~~3~~ Eier in ~~6~~ Tagen aus

Henne Berta brütet ~~9~~ Eier in ~~2~~ Tagen aus

echt???

Quelle für kreativen Humor

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> ->Didaktik Folie 9

allgemeine Zuordnungen

Nicht proportional

- Preislisten mit Rabatt-Staffelungen
- Taxigebühren (Festpreis+ Kilometerpreis)
- Zuordnung Geschwindigkeit->Bremsweg
- Zuordnung Fleischgewicht->Bratdauer
- **jede** Funktion $x \rightarrow y=f(x)$ ist eine eindeutige Zuordnung
- (fast alles).....

Finger weg vom Dreisatz

Denken und Sorgfalt hilft immer!

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> ->Didaktik Folie 10

Kopfrechnen

immer wieder

nur, was im Kopf sinnvoll ist

klare Regeln, was man können soll

- das kleine Einmaleins bis 11
- die Quadratzahlen bis 11^2
- Verdoppeln und Halbieren bis 100
- Wirkung von angehängten Nullen kennen
- Wirkung von 0,... 0,0... usw. kennen.

Hilfbegriff „zählende Ziffern“

64 000

84

6,4

0,64

0,064

Diese Zahlen haben zwei zählende Ziffern

Hierzu nächste Folie

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> ->Didaktik Folie 11

Kopfrechnen

Prinzip: Vom Kern der Rechnung weiterhangeln!

$5 \cdot 7 = 35$

Von einem zum nächsten.

Vorsicht: $5 \cdot 8 = 40$ diese 0 gehört zum Kern.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> ->Didaktik Folie 12

Kopfrechnen

Prinzip: Vom Kern der Rechnung weiterhangeln!

$5 \cdot 7 = 35$
 $50 \cdot 7 = 350$
 $50 \cdot 70 = 3500$
 $50 \cdot 700 = 35000$
 $0,5 \cdot 7 = 3,5$
 $0,05 \cdot 7 = 0,35$
 $0,05 \cdot 0,7 = 0,035$
 $5 \cdot 700 = 3500$
 $0,5 \cdot 700 = 350$
 $0,05 \cdot 700 = 35$

Von einem zum nächsten.
 Jede an eine ganze Zahl angehängte 0 heißt mal 10.
 Das Ergebnis hat so viele Nullen, wie die Faktoren zusammen.
 Vorsicht: $5 \cdot 8 = 40$ diese 0 gehört zum Kern.
 Durch 10 erzeugt ein Komma oder schiebt eine weitere 0 hinter dem Komma ein.
 Das Ergebnis hat höchstens so viele Nachkommastellen wie die Faktoren zusammen.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> ->Didaktik Folie 13

Überschlagsrechnungen, Ergebnis grob Anpeilen

$8,50 + 3 \cdot 370 + 6,30 + 4,10$
 $\approx 10 + 10 + 10 = 30$

$432,18 + 217,03 + 89,11 \approx 700$

$400 + 200 + 100 = 700$

$0,19 \cdot 328,11 \approx 0,2 \cdot 330 = 66$

Kein Wettbewerb, wer am nächsten ans richtige Ergebnis kommt!!!!!!!

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> ->Didaktik Folie 14

Prozentrechnung

Prozente sind Anteile

genau wie $\text{Preis pro kg} = \frac{\text{Preis}}{\text{Masse}}$ z.B. $\frac{3,60 \text{ €}}{2 \text{ kg}} = 1,80 \text{ €/kg}$ z. B Rosinen

$\text{Weg pro Zeit} = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}}$ z.B. $\frac{300 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 150 \text{ km/h}$ z. B. Hamburg-Kassel mit der Bahn

dabei müssen die Größen(begriffe) mit ihren Einheiten in Zähler und Nenner gleich sein

$\text{Weg pro GesamtWeg} = \frac{\text{Weg}}{\text{GesamtWeg}}$ z.B. $\frac{120 \text{ km}}{240 \text{ km}} = \frac{1}{2} = 0,5 = \frac{50}{100} = 50\% = 50 \text{ pro Centum}$

z.B.: Von Hamburg nach Clausthal sind es 240 km. Wieviel Prozent des Weges hat man geschafft, wenn man an Hannover vorbeifährt? Antwort: 50% hat man geschafft.

$\frac{1}{2} = 50\%$ $\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$ $\frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$ $\frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$ $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0,20 = 20\%$

Merke dir die bunten Hunde!

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> ->Didaktik Folie 15

Grundwert
G
Prozentsatz
mal p
Prozentwert
P

$G \xrightarrow{\text{mal } p} P$

Aufbau der ganzen Prozentrechnung

1. Grundaufgabe $G \xrightarrow{\text{mal } p} P$ **gesucht** $P = G \cdot p$
2. Grundaufgabe $G \xleftarrow{\text{: } p} P$ **gesucht** $G = \frac{P}{p}$
3. Grundaufgabe $G \xrightarrow{\text{mal } p} P$ **Anteil** $p = \frac{P}{G}$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> ->Didaktik Folie 16

Aufbau der ganzen Prozentrechnung

1. Grundaufgabe $G \xrightarrow{\text{mal } p} P$ **gesucht** $P = G \cdot p$
 Wieviel sind 80% von 300 km?
 $300 \text{ km} \cdot 0,8 = 240 \text{ km}$ $P = 300 \text{ km} \cdot 0,8 = 240 \text{ km}$

mit Dreisatz

300 km	$\hat{=}$	1	$\cdot 0,8$
2 km	$\hat{=}$	0,8	
240 km	$\hat{=}$	0,8	

Dieses Linke ist zwar richtig, aber nicht so toll. Wer unbedingt Dreisatz will, nehme dieses Untere!

mit Dreisatz

300 km	$\hat{=}$	100%	$\cdot 100$
2 km	$\hat{=}$	80%	
240 km	$\hat{=}$	80%	$\cdot 80$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> ->Didaktik Folie 17

Aufbau der ganzen Prozentrechnung

1. Grundaufgabe $G \xleftarrow{\text{: } p} P$ **gesucht** $G = \frac{P}{p}$
 80% sind 240 km. Wie lang ist die Gesamtstrecke?
 $300 \text{ km} \cdot 0,8 = 240 \text{ km}$ $G = \frac{240 \text{ km}}{0,8} = 300 \text{ km}$

mit Dreisatz

240 km	$\hat{=}$	0,8	$\cdot 0,8$
2 km	$\hat{=}$	1	
300 km	$\hat{=}$	1	

Dieses Linke ist zwar richtig, aber nicht so toll. Wer unbedingt Dreisatz will, nehme dieses Untere!

mit Dreisatz

240 km	$\hat{=}$	80%	$\cdot 80$
2 km	$\hat{=}$	100%	
300 km	$\hat{=}$	100%	$\cdot 100$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, <http://www.mathematik-verstehen.de> ->Didaktik Folie 18

Aufbau der ganzen Prozentrechnung

3. Grundaufgabe $G \xrightarrow{\text{mal } p} P$ *Anteil* $p = \frac{P}{G}$
gesucht

Wieviel Prozent sind 240 km, wenn die Gesamtstrecke 300km lang ist.

$300 \text{ km} \xrightarrow{?} 240 \text{ km}$

mit Dreisatz $300 \text{ km} \hat{=} 100\%$
 $240 \text{ km} \hat{=} \frac{2}{3} \%$
 $1 \text{ km} \hat{=} \frac{1}{3} \%$
 $240 \text{ km} \hat{=} \frac{240}{3} \%$
 $= 80\% = 0,8 = \frac{4}{5}$

Anteil $p = \frac{240}{300} = 0,8$

hier rechts echte Gleichzeichen = nicht entspricht!!!!

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, http://www.mathematik-verstehen.de ->Didaktik Folie 19

Grundwert $G \xrightarrow{\text{mal } p} P$ *Prozentsatz* *Prozentwert*
gesucht

Aufbau der ganzen Prozentrechnung

1. Grundaufgabe $P = G \cdot p$
gesucht

2. Grundaufgabe $G = \frac{P}{p}$

3. Grundaufgabe $p = \frac{P}{G}$ *Anteil*
gesucht

Für alles Andere braucht man „nur noch“ Nachdenken und Sorgfalt.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, http://www.mathematik-verstehen.de ->Didaktik Folie 20

Rabatte und Steuern

Grundwert $G \xrightarrow{\text{mal } p} P$ *Prozentsatz* *Prozentwert*
 Gr.Afg 2: gesucht G Gr.Afg 1: gesucht P Gr.Afg 3: Anteil ? p

Mehrwertsteuer

Wir berechnen für unsere Leistung netto (=ohne MwSt) 200 €. Was muss der Kunde brutto (=mit MwSt) zahlen?

Gr.Afg 1: $200 \text{ €} \cdot 1,19 \rightarrow 238 \text{ €}$

anderer Rechenweg: Die MwSt allein beträgt: $200 \text{ €} \cdot 0,19 = 38 \text{ €}$ Gr.Afg 1:
 dazu kommt der Netto-Betrag $+ 200 \text{ €}$

Begründung: $G \cdot 1,19 = G(1 + 0,19) = G + G \cdot 0,19$ *passt*

Minna musste 4000 € bezahlen. Welches war der Netto-Preis? Gr.Afg 2:
 $3361,34 \text{ €} : 1,19 = 2824,65 \text{ €}$ *Achtung: Es gibt keinen anderen Rechenweg* $\frac{1}{a+b}$ kann man nicht aufteilen

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, http://www.mathematik-verstehen.de ->Didaktik Folie 21

Rabatte und Steuern

Grundwert $G \xrightarrow{\text{mal } p} P$ *Prozentsatz* *Prozentwert*
 Gr.Afg 2: gesucht G Gr.Afg 1: gesucht P Gr.Afg 3: Anteil ? p

Rabatte

Wegen Umbau reduzieren wir alles um 10%. Der Rabatt wird an der Kasse abgezogen. Jan gefällt eine Jacke für 120 €. Was wird er für die Jacke zahlen müssen?

Gr.Afg 1: $120 \text{ €} \cdot 0,9 \rightarrow 108 \text{ €}$

anderer Rechenwege: Der Rabattwert ist: $120 \text{ €} \cdot 0,1 = 12 \text{ €}$ Gr.Afg 1:
 Von dem regulären Preis wird dies abgezogen $120 \text{ €} - 12 \text{ €} = 108 \text{ €}$ *passt*

Mia hat in demselben Laden für einen Mantel nur noch 160 € bezahlt. Was kostete der Mantel ursprünglich?
 Gr.Afg 2: $200 \text{ €} \leftarrow 180 \text{ €} : 0,9$ *Achtung: Es gibt keinen anderen Rechenweg für Gr.Afg 2*

Oma hat in einem Schuhgeschäft für Kinderstiefel statt ursprünglichen 50€ nur 40€ gezahlt. Hat das Schuhgeschäft auch 10% Rabatt gegeben?
 Gr.Afg 3: $40:50=0,8=80\%$ Nein, Oma hatte sogar 20% Rabatt bekommen.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, http://www.mathematik-verstehen.de ->Didaktik Folie 22

Rabatte und Steuern

Mehrfach-Rabatte $G \xrightarrow{\text{mal } p} P$

Das Küchenstudio wirbt: Für jede von uns geplante Küche geben wir **10% Rabatt** auf den errechneten Preis. Der Angestellte Herr Meier plant mit Hans und Grete eine neue Küche und das Planungsprogramm errechnet **4215 €**. Herr Meier sagt: Da Sie schon ihre vorige Küche bei uns gekauft haben, kann ich Ihnen **auf den reduzierten Preis nochmals 5% Rabatt** geben.

Gr.Afg 1:
 Muss Herr Meier in zwei Schritten rechnen oder kann der gleich **15% Rabatt** geben?

$4215 \text{ €} \xrightarrow{\cdot 0,9} 3793,5 \text{ €} \xrightarrow{\cdot 0,95} 3603,83 \text{ €}$
 Nur so!!! kann man zusammenfassen.
 $\cdot 0,9 \cdot 0,95$

Aber: $4215 \text{ €} \xrightarrow{\cdot 0,85} 3582,75 \text{ €}$ *fallen Weg*

Strichrechnung mit % ist nur bei demselben G erlaubt.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, http://www.mathematik-verstehen.de ->Didaktik Folie 23

Mathe-Basis verstehen:
Es ist nie zu spät!



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, http://www.mathematik-verstehen.de ->Didaktik Folie 24