

Zeitkomplexität

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, MuPAD 4, Jan. 07 Update 07

Web: <http://haftendorn.uni-lueneburg.de> www.mathematik-verstehen.de

Diverse Komplexitätsfunktionen beim Sortieren:

Stirlingformel

```
lnVon_nMinus1Fakultaet:=n->(n-1/2)*ln(n-1)-n+1+ln(sqrt(2*PI))
```

$$n \rightarrow \left(n - \frac{1}{2}\right) \cdot \ln(n - 1) - n + 1 + \ln(\sqrt{2 \cdot \pi})$$

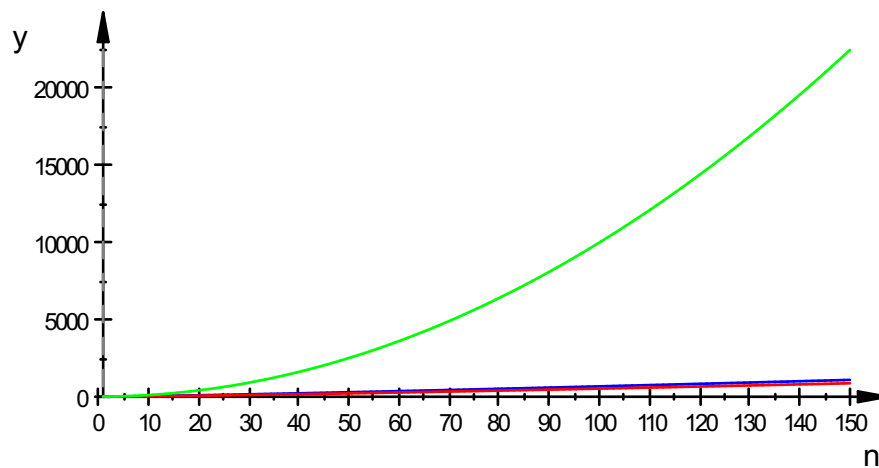
```
[float(lnVon_nMinus1Fakultaet(n)) $ n=10..15]
```

```
[12.79257202, 15.09608201, 17.49473417, 19.98027166, 22.54575486, 25.18520111]
```

```
float(ln((n-1)!)) $n=10..15
```

```
12.80182748, 15.10441257, 17.50230785, 19.9872145, 22.55216385, 25.19122111]
```

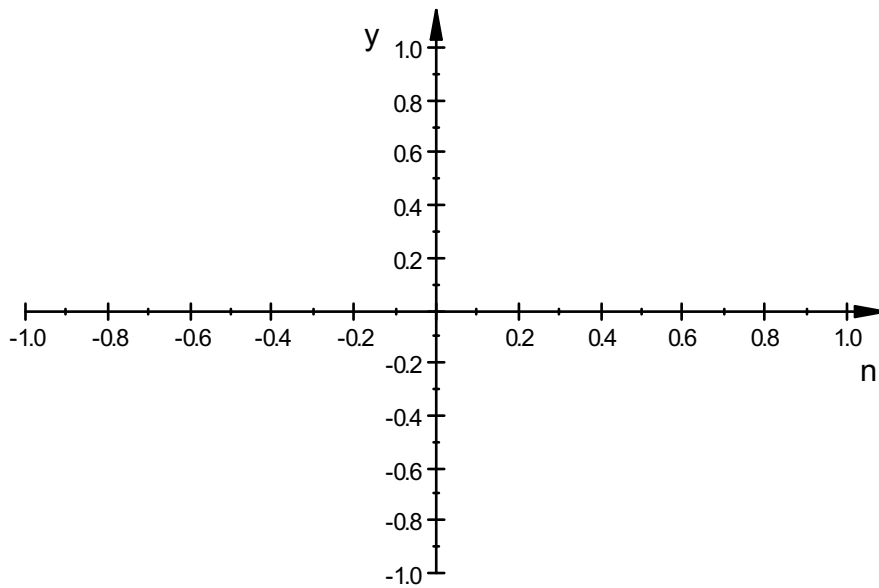
```
plotfunc2d(n*log(2,n),1/ln(2)*lnVon_nMinus1Fakultaet(n),n^2,
```



●	$n \cdot \log(2, n)$
●	$\frac{1}{\ln(2)} \cdot (\ln(2^{1/2}) \cdot \pi^{1/2}) - n + \ln(n-1) \cdot (n-1/2)$
●	n^2

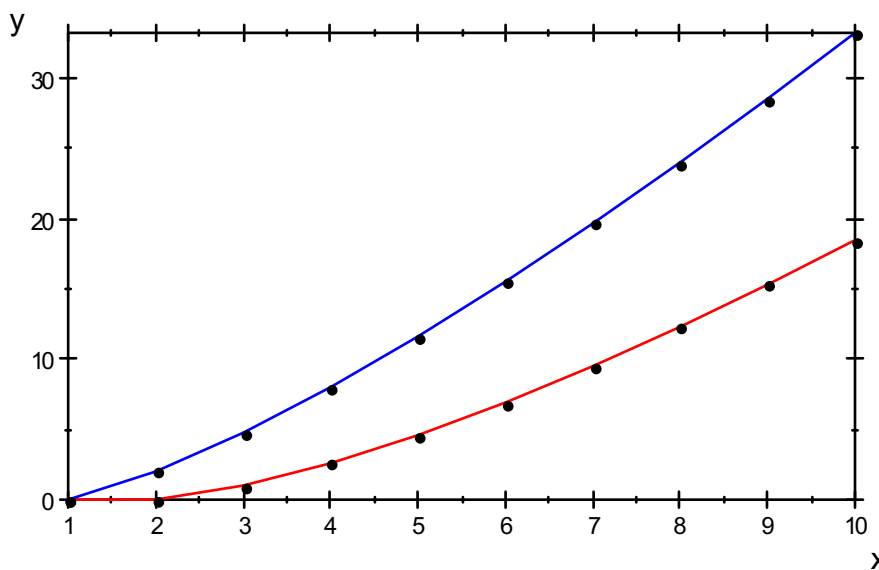
Mit der $\log(2, (n-1)!)$ und der nachfolgenden Version klappt es nicht.

```
plotfunc2d(float(eval(1/ln(2)*ln((n-1)!))),n=0..10)
```



nichts zu sehen, daher habe ich oben die Stirlingformel verwendet.
 Mit Listen geht es auch mit der Originalformel:

```
liplfak:=plot::Listplot( [ (log(2,(n-1)!)) $ n=1..10) ], Lir
liplnlo:=plot::Listplot( [n*log(2,n) $ n=1..10], LineColor=|
plot(liplfak,liplnlo)
```



```
matrix([float([log(2,(n-1)!),n*log(2,n),n^2]) $ n=1..15])
```

0	0	1.0
0	2.0	4.0
1.0	4.754887502	9.0
2.584962501	8.0	16.0
4.584962501	11.60964047	25.0
6.906890596	15.509775	36.0
9.491853096	19.65148445	49.0
12.29920802	24.0	64.0
15.29920802	28.52932501	81.0
18.46913302	33.21928095	100.0
21.79106111	38.05374781	121.0
25.25049273	43.01955001	144.0
28.83545523	48.10571634	169.0
32.53589495	53.30296891	196.0
36.34324987	58.60335893	225.0

Weitere Komplexitätsfunktionen und Zeiten

```
[1, 60, 60*60, 60*60*24, 60*60*24*365, 60*60*24*365*3200]
[1, 60, 3600, 86400, 31536000, 100915200000]
```

Anzahl der Sekunden in 1 s, 1 min, 1 h, 1 d, 1a, seit Ramses II

```
sekProJahr:=31.536000*10^6// 31 Millionen
31536000.0
```

```
sekSeit_homo_erectus:=sekProJahr*600000
1.89216 · 1013
```

```
10^20/sekProJahr
3.170979198 · 1012
```

10²⁰ s sind 3 Billionen Jahre

```
sekSeitUrknall:=sekProJahr*13*10^9
4.09968 · 1017
```

weniger als 10¹⁸ s seit dem Urknall

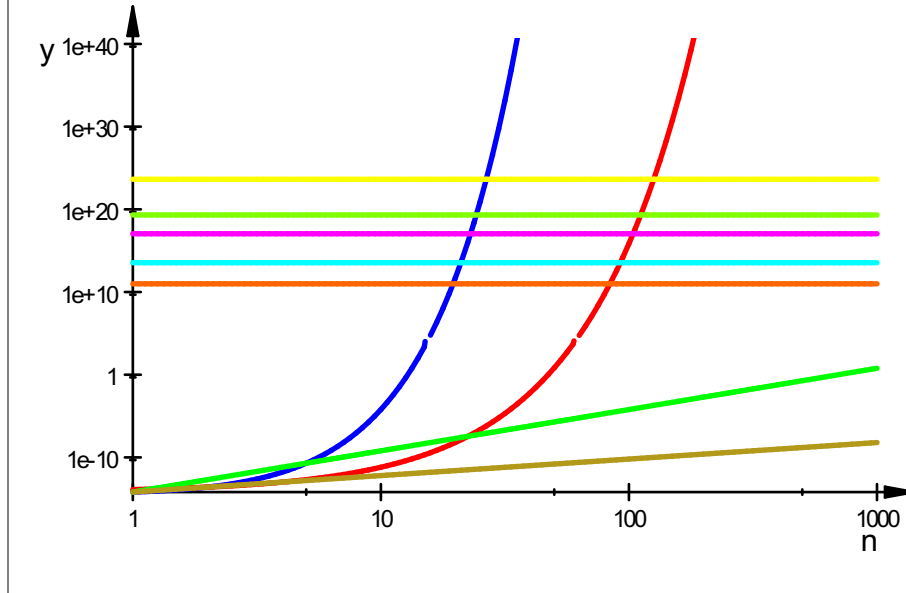
```
minProJahr:=24*365*60
525600
```

Betrachtung der exponentiellen und super-exponentiellen Wachstumsfunktionen gegenüber den polynomialen Wachstumsfunktionen.

Wir betrachten Superrechner (Parallelrechner, Rechnercluster...) mit 200 Teraflops= 200 10¹² Gleitkommaoperationen pro sek.

```
t0:=5*10^(-15) :
plotfunc2d(t0*n^n, t0*2^n, t0*n^5, t0*n^2,
```

$8.6 \cdot 10^{10}, 31 \cdot 10^{12}, 10^{17},$
 $\text{sekSeit_homo_erectus} \cdot 10^6, 4 \cdot 10^{23},$
 $n=1..1000, \text{ViewingBoxYRange}=5 \cdot 10^{-15}..10^{40},$
 $\text{LineWidth}=0.8, \text{CoordinateType} = \text{LogLog}, \text{LegendVisible}=F$



n= Umfang der Eingabe

Ordinate= Zahl der Mikrosekunden Rechenzeit bei $200 \cdot 10^{12}$ Operationen pro sek,
also ein Operation in $t_0=5 \cdot 10^{-15}$ s

Waagerechten: Mikrosek pro Tag, Mikrosek pro Jahr, Mikrosek seit Ramses II,
Mikrosek seit Homo Erectus, Mikrosek seit Urknall.

[