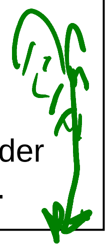
Begrenztes Wachstum: Unkraut-Ex

(bis auf Teil a)ii und b) Schulbuchaufgabe Kl.10 alt)

Unkraut-Ex
Einfache Anwendung
Schnelle Wirkung
Unbedenklich wegen der schnellen Zersetzung.



Jede Woche soll man 9 kg Unkraut-Ex auf das betroffene Beet streuen. Während einer Woche zerfallen 40% der Substanz.

a) Verfolge die Menge Unkraut-Ex im Boden über etwa 10 Wochen. Trage deine Ergebnisse auch graphisch auf.
   i. im Zeit-Graphen
   ii. im Spinnwebgraphen

b) Es handelt sich offenbar um begrenztes Wachstum. Damit gilt die Funktion $f(t) = g - c \cdot e^{-r \cdot t}$. Bestimme die Paramteter g, c und r.

c) Verwende sinnvolle Mathematikwerkzeuge und verschiedene Wege, um zu klären, nach wie vielen Wochen die Grenzmenge schon zu 99% erreicht ist.

d) Nimm Stellung zu den Aussagen der Anzeige oben.

Im Folgenden werden nur einige Elemente der Lösung dargestellt und die Realsierung im TI nspire und TI voyage gezeigt.
!!!!!!!!!!!!Achtung!!!!!!!!!!!!: Erst selbermachen, dann erst weiterlesen!!!!!!!!!!!!!!

$a_{n+1} = 0{,}6\, a_n + 9$ Fixpkt $g = 0{,}6\, g + 9$

$a_0 = 9$ $a_1 = 14{,}4$ $g = \frac{90}{4} = 22{,}5$

Ansatz $f(x) = 22{,}5 - c\, e^{-rt}$ $f(0) = 9 \Rightarrow \ldots c = 13{,}5$

$f(1) = 14{,}4 \Rightarrow 14{,}4 = 22{,}5 - 13{,}5\, e^{-r} \Leftrightarrow 13{,}5\, e^{-r} = 8{,}1$

$e^{-r} = \frac{81}{135}$ $-r = \ln\left(\frac{81}{132}\right)$ $r = 0{,}510826$ $\frac{3}{5}$

Also $f(x) = 22{,}5 - 13{,}5\, e^{-0{,}51\ldots x} = 22{,}5 - 13{,}5\left(\frac{81}{135}\right)^t$

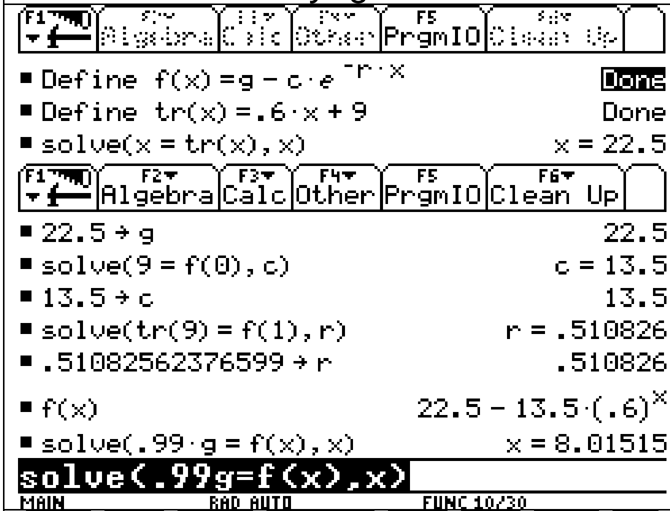
c) $99\% \cdot 22{,}5 = 22{,}275 = 22{,}5 - 13{,}5\left(\frac{3}{5}\right)^t \Leftrightarrow t \ln\frac{3}{5} = \ln\frac{0{,}225}{22{,}5}$

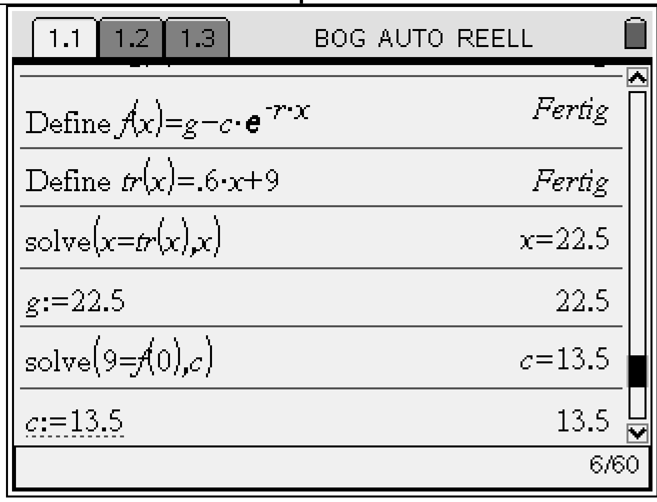
$t = 8{,}01$ Also etwa nach 8 Wo 99% der Grenzmenge erreicht
nach 9 Wo 99% " " überschritten.

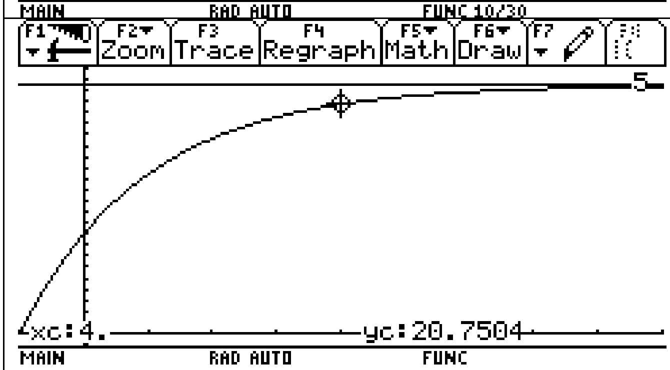
Diese Berechnungen und die Graphen hierzu sind auf der nächsten Seite für den TI voyage und de TI nspire CAS vorgeführt.

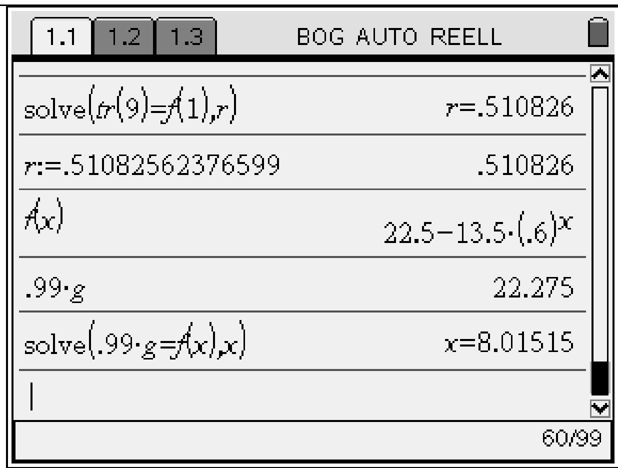
- Man sieht
  - Im Rechnen arbeiten beide Geräte gleich.
  - Im Zeichnen der Funktionen arbeiten sie gleich.
  - Beim TI nspire kann man die Wertetabelle einfügen, beim Voyage könnte man das mit Bildschirmteilung aber auch machen.
  - In der Spinnwebdarstellung für rekursive Probleme ist der voyage (noch) überlegen. beim TI nspire muss man das nachbauen.
  - Der große !!!!!!!!!! Vorteil des TI-nspire ist aber nun, dass sich diese Durchführung speichern lässt. Andere Zahlenbeispiele, ja auch deutlicher andere Probleme lassen sich mit dieser Vorarbeit dann schneller lösen.
  - Beim TI nspire können Lehrende Aufaben austesten, bzw. Schülerarbeiten ansehen.

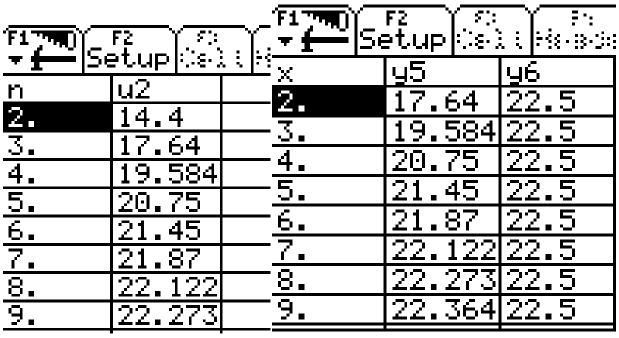
Unkraut-Ex TI voyage	Unkraut-Ex TI nspire

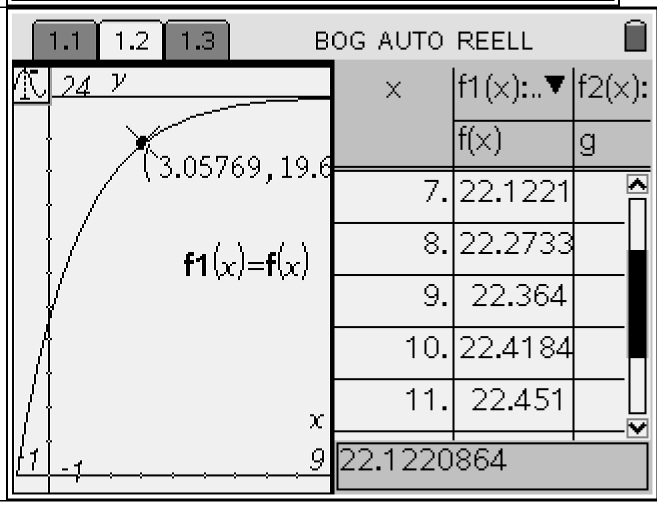












TI hat die Web-darstellung	TI nspire hat sie noch nicht eingebaut