

Laplace-Transformationen

Prof. Dr. Dörte Haftendorn: Mathematik mit MuPAD 4, Feb.02 Update 17.05.08

Web: <http://haftendorn.uni-lueneburg.de>

www.mathematik-verstehen.de

#####

Formelsammlung An -9- bis -11-

LEVEL 1 Direkte Übersetzungen von MuPAD

Normal-Welt < -----> Laplace-Welt

$$3 \cdot t + \sin(t) + t^2 \xrightarrow{\hspace{2cm}} \frac{1}{s^2 + 1} + \frac{3}{s^2} + \frac{2}{s^3}$$

`transform::laplace(t^2, t, s)`

$$\frac{2}{s^3}$$

`transform::invlaplace(%, s, t)`

$$t^2$$

`transform::laplace(t^2+3*t+sin(t), t, s)`

$$\frac{1}{s^2 + 1} + \frac{3}{s^2} + \frac{2}{s^3}$$

`transform::invlaplace(%, s, t)`

$$3 \cdot t + \sin(t) + t^2$$

Partialbruchzerlegung

`term:=1/((s-3)*(s+4))`

$$\frac{1}{(s-3) \cdot (s+4)}$$

`partfrac(term)`

$$\frac{1}{7 \cdot (s-3)} - \frac{1}{(s+4) \cdot 7}$$

`term:=1/((s-3)^2*(s^2+4))`

$$\frac{1}{(s-3)^2 \cdot (s^2+4)}$$

`partfrac(term)`

$$\frac{\frac{6 \cdot s}{169} + \frac{5}{169}}{s^2 + 4} - \frac{6}{(s-3) \cdot 169} + \frac{1}{13 \cdot (s-3)^2}$$

LEVEL 2 Berechnungen gemäß der Definition

`f:=t->t+sin(3*t)`

$$t \rightarrow t + \sin(3 \cdot t)$$

1

`lapint:=int(f(t)*exp(-s*t), t=0..c, Continuous)`

$$\frac{3}{s^2 + 9} + \frac{1}{s^2} - \frac{e^{-c \cdot s} \cdot (c \cdot s + 1)}{s^2} - \frac{e^{-c \cdot s} \cdot (3 \cdot \cos(3 \cdot c) + s \cdot \sin(3 \cdot c))}{s^2 + 9}$$

$$\frac{3}{s^2+9} + \frac{1}{s^2} - \frac{e^{-c \cdot s} \cdot (c \cdot s + 1)}{s^2} - \frac{e^{-c \cdot s} \cdot (3 \cdot \cos(3 \cdot c) + s \cdot \sin(3 \cdot c))}{s^2+9}$$

`assume (s, Type::NonNegative) : assume (c, Type::Real)`
`: limit (lapint, c=infinity)`

$$\frac{3}{s^2+9} + \frac{1}{s^2} + \left(\lim_{c \rightarrow \infty} - \frac{e^{-c \cdot s} \cdot (c \cdot s + 1)}{s^2} - \frac{e^{-c \cdot s} \cdot (3 \cdot \cos(3 \cdot c) + s \cdot \sin(3 \cdot c))}{s^2+9} \right)$$

Klappt nicht im hinteren Term, aber man sieht ja, dass der Term mit e^{-cs} gegen Null geht.

`erg:=lapint[1]+lapint[2]`

$$\frac{3}{s^2+9} + \frac{1}{s^2}$$

`partfrac(erg)`

$$\frac{3}{s^2+9} + \frac{1}{s^2}$$

Damit kommt heraus, was herauskommen musste:

`transform::laplace(f(t), t, s)`

$$\frac{3}{s^2+9} + \frac{1}{s^2}$$

[