Viele der in der Praxis vorkommenden Funktionen lassen sich in eine Potenzreihe entwickeln.
Das ist eine unendliche Summe von Potenzen von x oder von (x-a).
Bricht man die Summe ab, so erhält man Näherungen für die Funktion, die am Entwicklungspunkt mit der Funktionen und allen nicht verschwindenden Ableitungen, übereinstimmen.
Entwickelt man um x=0, so gilt:

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}\,x + \frac{f''(0)}{2!}\,x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}\,x^3 + \ldots$$

Diese besondere Reihe heißt auch **Mac Laurin Reihe**.

Allgemein entwickelt man **um einen Punkt (x_0,y_0).**

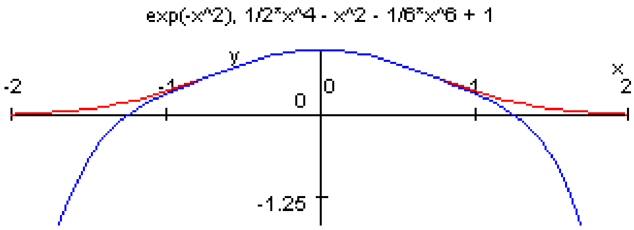
$$f(x) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{f^{(i)}(x_0)}{i!}(x - x_0)^i$$

Dieser Reihen konvergieren meist nicht für alle x, es gibt einen “Konvergenzradius”.
Dieser ist in Formelsammlungen aufgeführt. Ihn selbst zu bestimmen ist nicht leicht.
Zur Genauigkeitsabschätzung gibt es noch “Restglied-Ansätze”
Heute ist aber eine graphische und numerische Prüfung mit CAS oder Tabellenkalkulation sinnvoll.

- `s := taylor(exp(-x^2), x)`

  $$1 - x^2 + \frac{x^4}{2} - \frac{x^6}{6} + O(x^8)$$

- `plotfunc2d(exp(-x^2),expr(s),x=-2..2)`

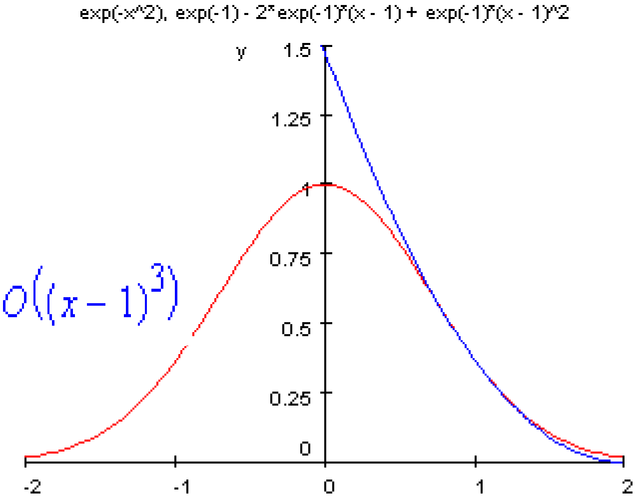


Hier ist $f(x) = e^{-x^2}$ um x=0 entwickelt.

MuPAD gibt an, dass der Fehler für kleine x in der Größenordnung von x^8 liegt.
(Landau-Symbol)

Mit expr(..) macht man einen normalen Ausdruck (expression) aus der Ausgabe.

`plotfunc2d(exp(-x^2),expr(s),x=-2..2,y=0..1.5)`



`s := taylor(exp(-x^2), x=1,3)`

$$e^{-1} - 2 \cdot e^{-1} \cdot (x-1) + e^{-1} \cdot (x-1)^2 + O\left((x-1)^3\right)$$

Höhere Analysis
Fourier-ReihenAn - 6 -