Fourier-Reihen, Kippschwingung

Prof. Dr. Dörte Haftendorn: Mathematik mit MuPAD 4, Sept 07   Update 14.05.08
Web: http://haftendorn.uni-lueneburg.de   www.mathematik-verstehen.de

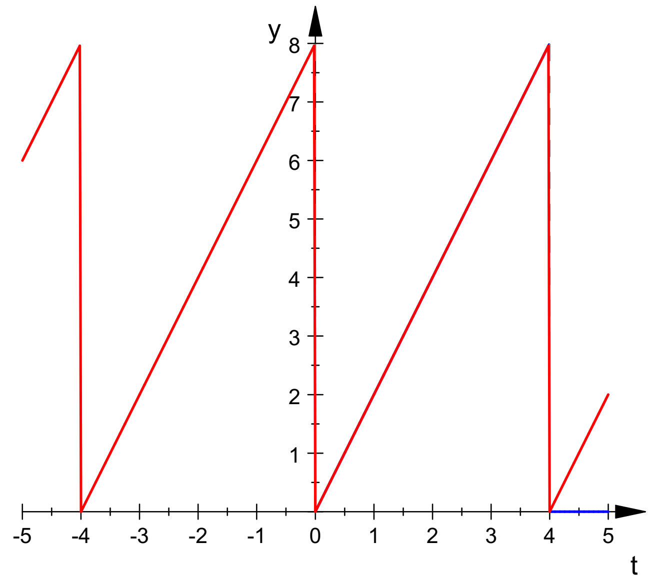
##

Dateiname fourier-reihen-kipp.mn

Angabe der Funktion fH in der Hauptperiode.
Definition von f als periodische Funktion.

```
Ta:=0:Ti:=3: Te:=4:
fH:=t--> piecewise([Ta<=t and t<=Te,2*t],[t>Te,0]) :
f:=t->fH(frac(t/(Te-Ta))*(Te-Ta)):
```

```
plotfunc2d(fH(t), f(t), Scaling=Constrained, LegendVisible=FALSE)
```



Definitionen von Feldern für die Koeffizienten,
übliche Festlegungen T Periode, om =omega= Kreisfrequenz.

```
n:=10:
a:=array(0..10):     b:=array(1..10):
T:=4:
om:=2*PI/T:
```

Das Verschiebungsglied kann oft auch elementargeometrisch bestimmt werden.
Hier als Dreieck g=4, h=6 -> F=12 und 2/T=2/4=1/2

```
a[0]:=2/T*int(fH(t),t=Ta..Te)
```

8

So kann man nur die anderen Koeffizienten berechnen.

```
a[1]:=Simplify(2/T*int(fH(t)*cos(1*om*t),t=Ta..Te));
b[1]:=2/T*int(fH(t)*sin(1*om*t),t=Ta..Te);
```

0

$-\frac{8}{\pi}$

Automatische Berechnung von n Schwingungen

```
for k from 1 to 10 do

    a[k]:=2/T*int(fH(t)*cos(k*om*t),t=Ta..Te);
```

```
    a[k]:=2/T*int(fH(t)*cos(k*om*t),t=Ta..Te);
    b[k]:=2/T*int(fH(t)*sin(k*om*t),t=Ta..Te);
end_for:
```

Vereinfachen muss extra gefordert werden.

```
[Simplify(a[k]),Simplify( b[k])] $ k=1..n
```

$$\left[0, -\frac{8}{\pi}\right], \left[0, -\frac{4}{\pi}\right], \left[0, -\frac{8}{3\cdot\pi}\right], \left[0, -\frac{2}{\pi}\right], \left[0, -\frac{8}{5\cdot\pi}\right], \left[0, -\frac{4}{3\cdot\pi}\right], \left[0, -\frac{8}{7\cdot\pi}\right], \left[0, -\right.$$

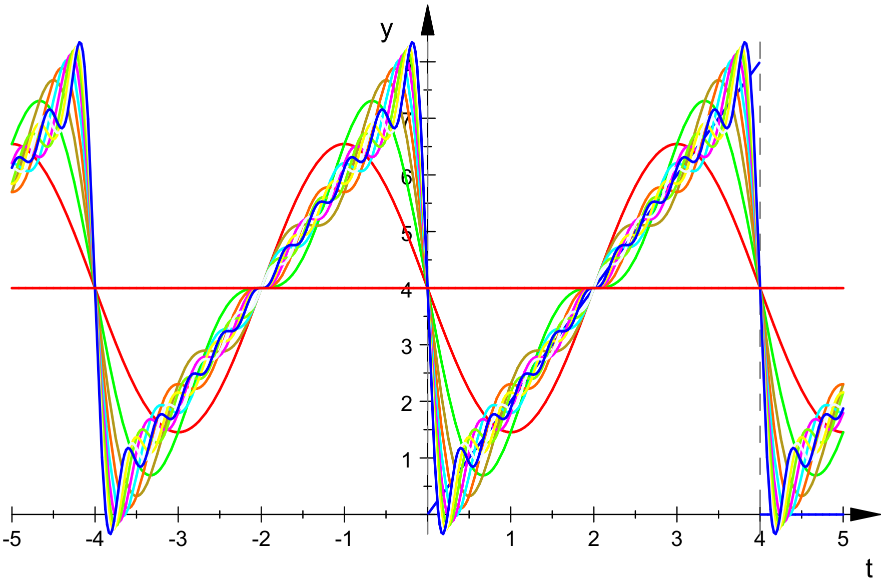
Wenn man mit so einem Werkzeug arbeitet, braucht man über die Gesetzäßigkeit in den Ausgaben nit nachzudenken. Falls nötig, könnte man es schaffen. Hier ist es leicht: b[k]=-8/(k*PI)

```
su:=(t,n)->a[0]/2+_plus((a[k]*cos(k*om*t)+b[k]*sin(k*om*
t)) $ k=1..n);
```

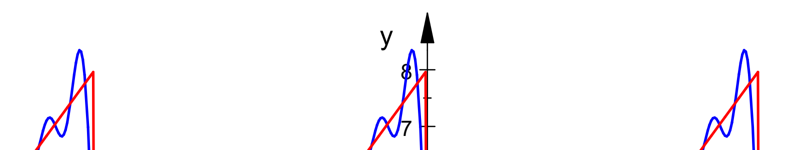
$$(t,\ n) \rightarrow \frac{a_0}{2} + \_plus(a_k \cdot \cos(k \cdot om \cdot t) + b_k \cdot \sin(k \cdot om \cdot t) \ \$ \ k = 1 \,..n)$$

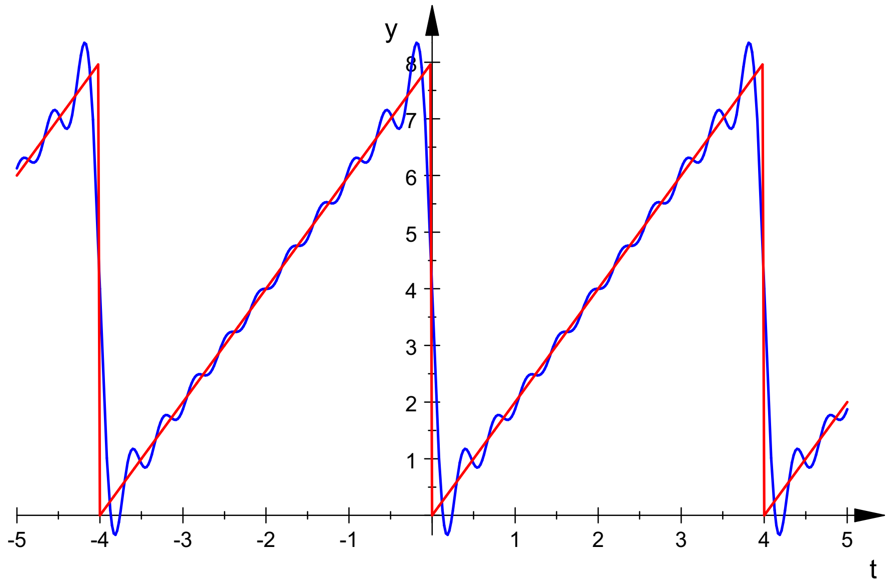
Die Grundschwingung und ihre Achse ist deutlich.

```
plotfunc2d(fH(t),su(t,n) $
n=1..10,a[0]/2,LegendVisible=FALSE)
```




```
plotfunc2d(su(t,10),f(t), LegendVisible=FALSE)
```



Die Reihen mit 10 Doppeltermen ist von der gegebenen Funktion deutlich zu unterscheiden.
Der interaktiv genommene Ausschnitt zeigt Unterschiede bes. an der Ecken.