

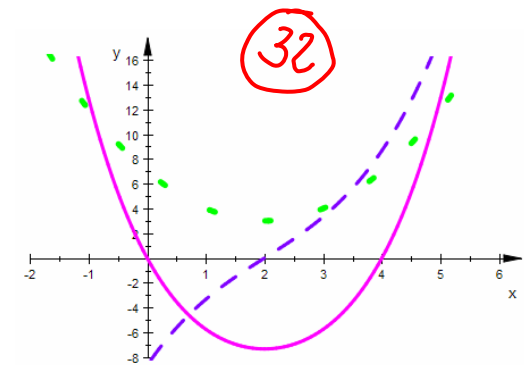
Zeichnungen für alle vorkommenden Typen von Polynomen 4. Grades.

2. Ableitung ist gepunktet, 1. Ableitung ist gestrichelt, f selbst ist durchgezogen.

Die Ableitungen der Polynome 4. Grades sind Polynome vom Grad 2.

Damit kommen i.w. nur die folgenden drei Typen infrage.

Die da der x-Achse gespiegelten Versionen werden nicht gesondert betrachtet.



Die Ableitungen der Polynome 4. Grades sind Polynome vom Grad 2.  
Damit kommen i.w. nur die folgenden drei Typen infrage.

Die da der x-Achse gespiegelten Versionen werden nicht gesondert betrachtet.

<http://haftendorn.uni-lueneburg.de> Prof. Dr. Dörte Haftendorn, April 2007

$$f_1'' : x \rightarrow x \cdot (x-4) \quad \textcircled{1}$$

$$f_2'' : x \rightarrow (x-2)^2 \quad \textcircled{2}$$

$$f_3'' : x \rightarrow (x-2)^2 + 3 \quad \textcircled{3}$$

①

Typ 1:  $f''$  hat zwei Nullstellen

Durch Integration ergibt sich eine Stammfunktion, die drei typische Lagen haben kann.

Typ 1:  $f''$  hat zwei Nullstellen,  $f$  hat zwei Wendepunkte

$$f_{11}'(x) = \frac{x^2 \cdot (x-6)}{3}$$

$$f_{10}' : x \rightarrow \frac{x^2 \cdot (x-6)}{3} + 2$$

$$f_{12}' : x \rightarrow \frac{x^2 \cdot (x-6)}{3} - 2$$

Typ 10  $f$  hat drei Extremstellen,  $f'$  drei einfache Nullstellen

$$f_{10} : x \rightarrow \frac{x \cdot (x^3 - x^2 \cdot 8 + 24)}{12}$$

Typ 11  $f$  hat eine Sattelstelle und eine Extremstelle  
 $f'$  eine doppelte und eine einfach Nullstelle

$$f_{11} : x \rightarrow \frac{x^3 \cdot (x-8)}{12}$$

Typ 12  $f$  hat einen schrägen Sattel und ein Extremum.  
 $f'$  genau eine einfache Nullstelle

$$f_{12} : x \rightarrow -\frac{x \cdot (-x^3 + 8 \cdot x^2 + 24)}{12}$$

Typ 2:  $f''$  hat eine doppelte Nullstelle

Durch Integration ergibt sich eine Stammfunktion, die zwei typische Lagen haben kann.

Typ 2  $f''$  hat eine doppelte Nullstelle,  $f'$  hat einen Sattel,  
 $f$  hat keinen Wendepunkt

Typ 21  $f$  hat eine starke Plattstelle und eine Extremstelle  
 $f'$  einen Sattel und eine einfache Nullstelle

$$f'_{21}(x) = \frac{x \cdot (x^2 - x \cdot 6 + 12)}{3}$$

$$f_{21}: x \rightarrow \frac{x^2 \cdot (x^2 - x \cdot 8 + 24)}{12}$$

Typ 22  $f$  hat breites Extremum.  
 $f'$  eine dreifache Nullstelle

$$f'_{22}: x \rightarrow \frac{x \cdot (x^2 - x \cdot 6 + 12)}{3} - \frac{8}{3}$$

$$f_{22}: x \rightarrow \frac{x \cdot (x-4) \cdot (x^2 - x \cdot 4 + 8)}{12}$$

Typ 3:  $f''$  hat keine Nullstelle,  $f'$  hat einen schrägen Sattel und eine einfache Nullstelle,  $f$  hat eine einfaches Extremum

Typ 3:  $f''$  hat keine Nullstelle

Durch Integration ergibt sich eine Stammfunktion, die zwei typische Lagen haben kann.

$$f'_{31}(x) = \frac{x \cdot (x^2 - x \cdot 6 + 21)}{3}$$

Typ 31:  $f$  hat eine einfaches Extremum und eine "Beule"

$$f_{31}: x \rightarrow \frac{x^2 \cdot (x^2 - x \cdot 8 + 42)}{12}$$

Typ 32:  $f$  hat eine einfaches Extremum das zugleich eine "Beule" ist.

$$f'_{32}: x \rightarrow \frac{x \cdot (x^2 - x \cdot 6 + 21)}{3} - \frac{26}{3}$$

$$f_{32}: x \rightarrow \frac{x \cdot (x-4) \cdot (x^2 - x \cdot 4 + 26)}{12}$$