A) für Schüler ohne GTR oder CAS

Gegeben ist f mit $f(x)=\frac{1}{4}(-x^4+12x^3-54x^2+112x-69)$

Geben Sie begründet den Gesamtverlauf von f, f' und f'' an.
Untersuchen Sie f '', schließen Sie daus auf f ' und dann auf f.
Zeichnen Sie wie üblich die Graphen von f,f' und f'' untereinanderund beziehen Sie die formgebenden Punkte aufeinander. Mathix sagt "Plattpunkt" zu einem der gefundenen Punkte. Was meint er damt? Definieren Sie "Plattpunkt" entsprechend.

Plattstelle

Ha

$f(x)=\frac{1}{4}(-x^4+12x^3-54x^2+112x-69)$

$f'(x)=\frac{1}{4}(-4x^3+36x^2-108x+112)$

$f''(x)=\frac{1}{4}(-12x^2+72x-108)$

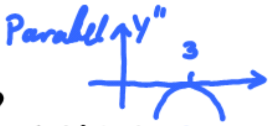
Dem Rechnen zugänglich ist nur f'': Wendestellen müssen $f''(x)=0$ lösen

$-12x^2+72x-108=0$

$x^2-6x+9=0$

$(x-3)^2=0$

$x=3$ doppelte Nstelle



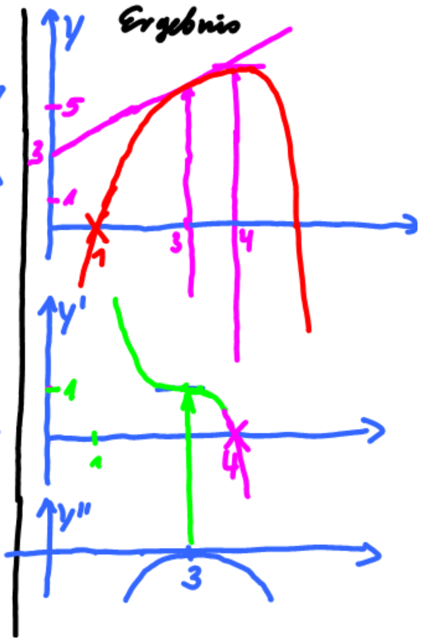
Schluss daraus Blau

Kein VZW in f'' ⇒ keine Extremstelle in f' sondern Sattelstelle in f'

Ordinate $f'(3)=\frac{1}{4}(-4\cdot 27+36\cdot 9-108\cdot 3+$

$f'(3)=1$

Schluss daraus Grün



f' muss als Polynom 3. Grades nun rechts von x=3 genau eine Nullstelle haben. $f'(x)=0 \iff -4x^3+36x^2-108x+112$

Teiler von 56 kommen infrage.

Hornerschema für x=4

	-4	36	-108	112
4		-16	80	-112
	-4	20	-28	$\boxed{0}$

Also $f'(4)=0$, weitere Nullstellen von f' kann es nicht geben, da f' wegen des Sattels monoton (fallend) ist.

Schluss daraus lila (mit ||)

Damit liegt für f' bei x=4 ein VZW vor, also ist x=4 Extremstelle von f.

Ordinaten $f(4)=\frac{27}{4}$ ||, $f(3)=6$ ||

f hat also in $(4|\frac{27}{4})$ ein Maximum, das ergibt sich aus dem Gesamtverlauf.

→ f hat in (3|6) einen "Plattpunkt" mit Steigung 1

Die Tangente dort kann nicht wieder überschritten werden.

Also muss es zw. -3 und 3 eine Nullstelle geben.

Also Teiler von 69 kommt x=1 infrage.

Probe: $f(1)=0$ ||

$69=3\cdot 23$ $f(23)<0$

also keine weitere ganzzahlige Nullstelle.

Schluss daraus rot.