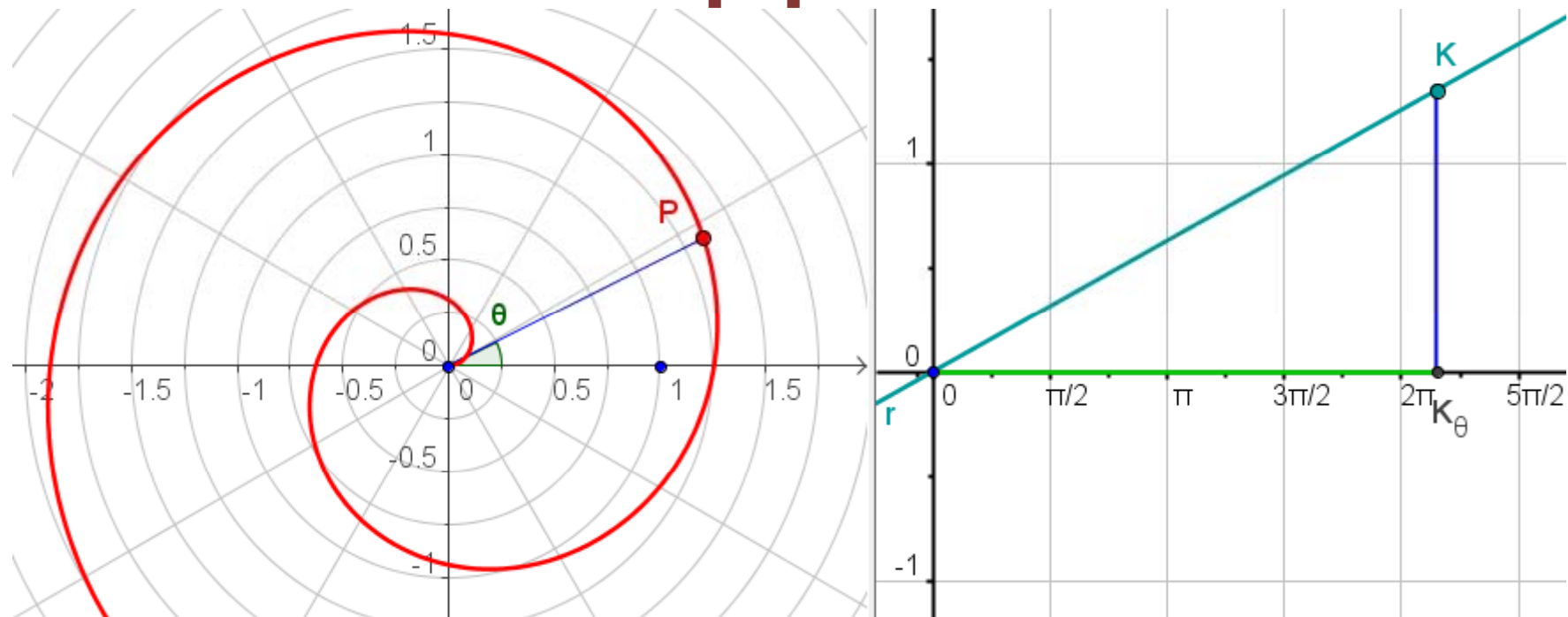




LEUPHANA
UNIVERSITÄT LÜNEBURG

Polar doppelt sehen



GDM Arbeitskreis Mathematik und Informatik in Soest am 29. 9.2012

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg



Polar doppelt sehen

Archimedes führt ein

Grundsituation doppelt gesehen

Pascals Schnecken haben noch mehr Facetten

Wie geht man mit negativen Radien um?

Erkundungen

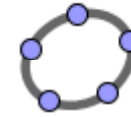
Eigentätigkeit der Lernenden

Weitere Werkzeuge

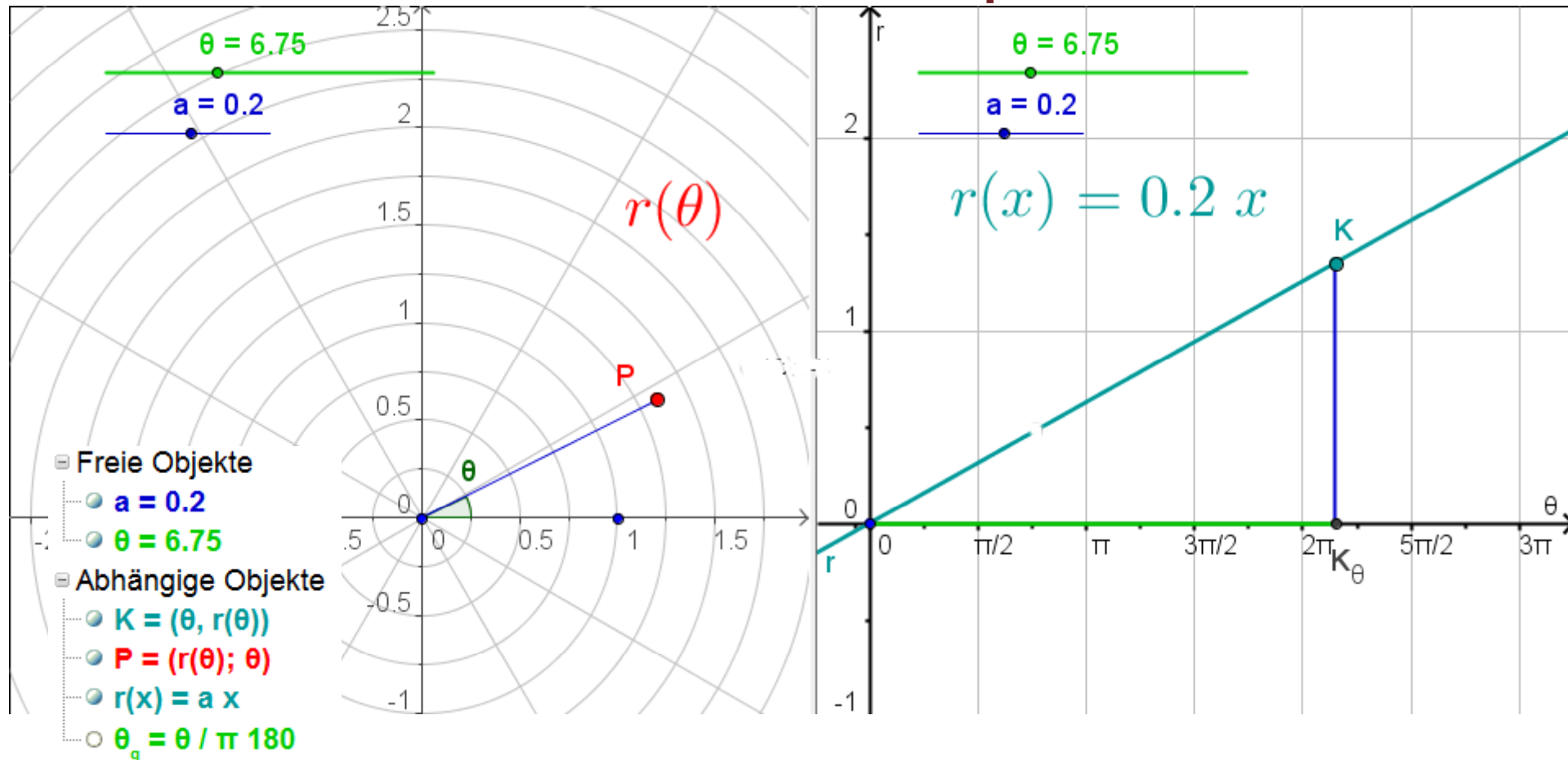
TI

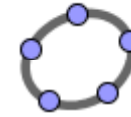
Fazit

Polar? na klar!

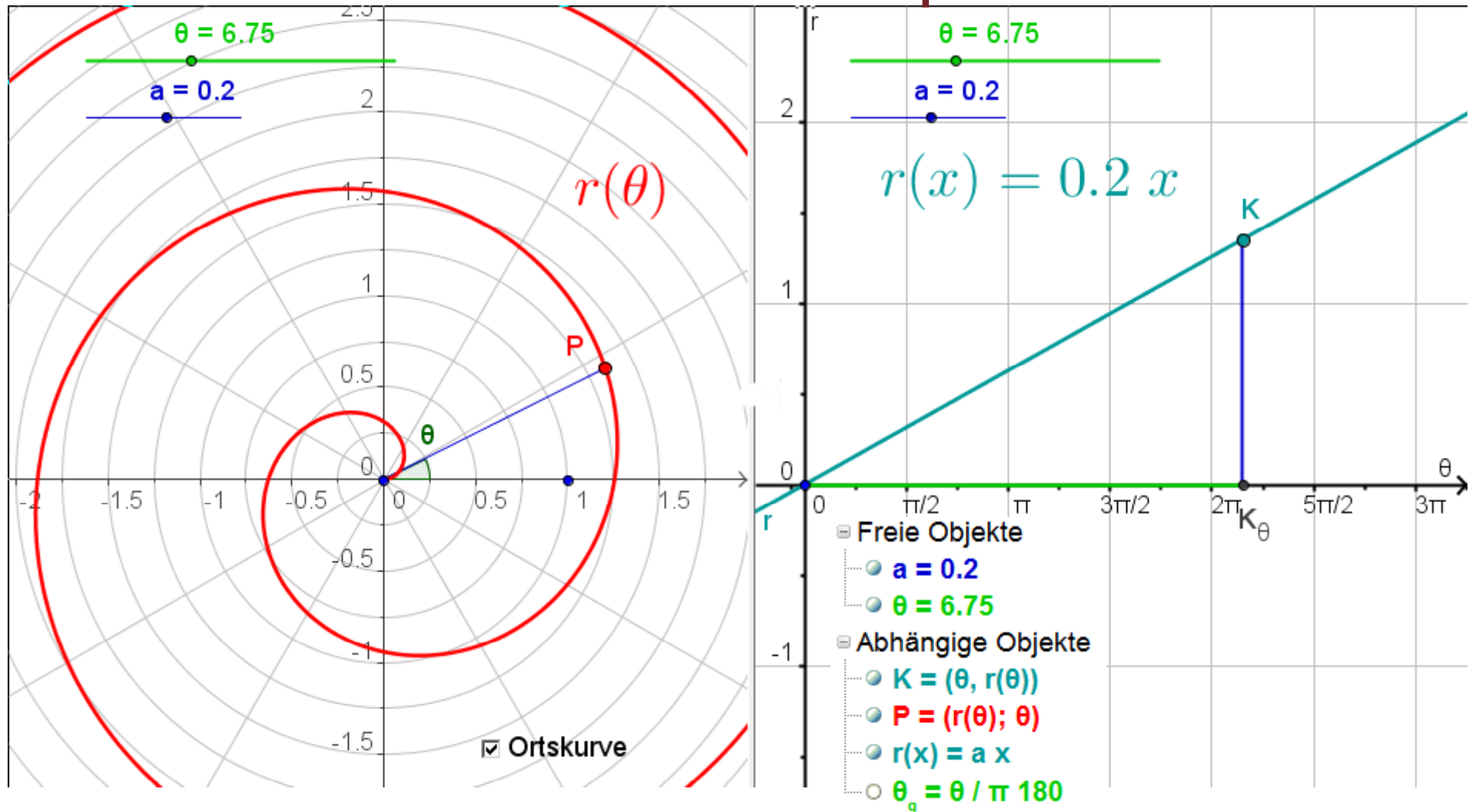


Archimedische Spirale



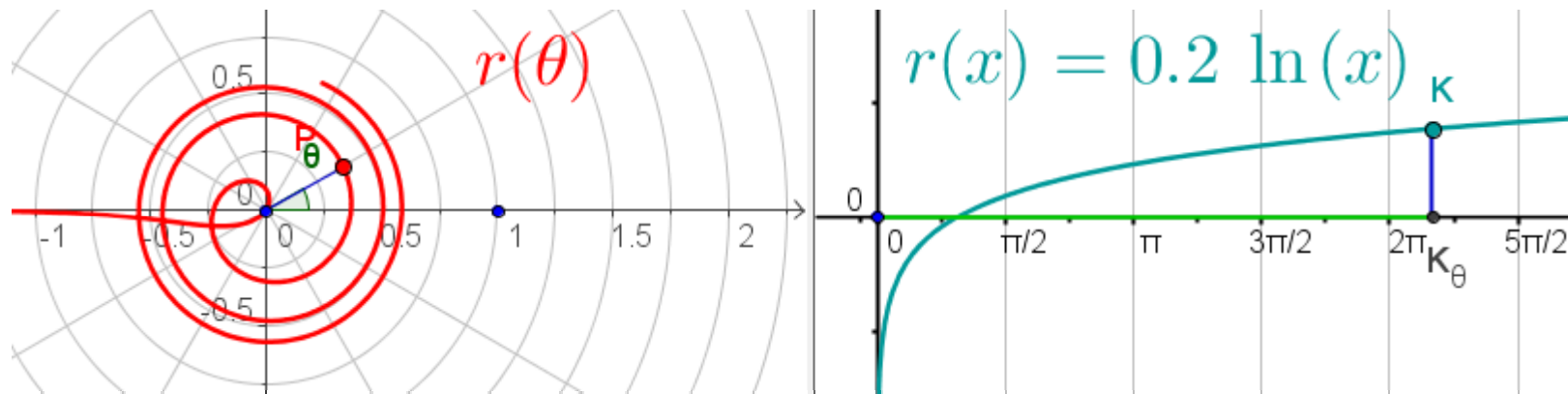
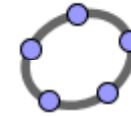


Archimedische Spirale





Logarithmus - Spirale



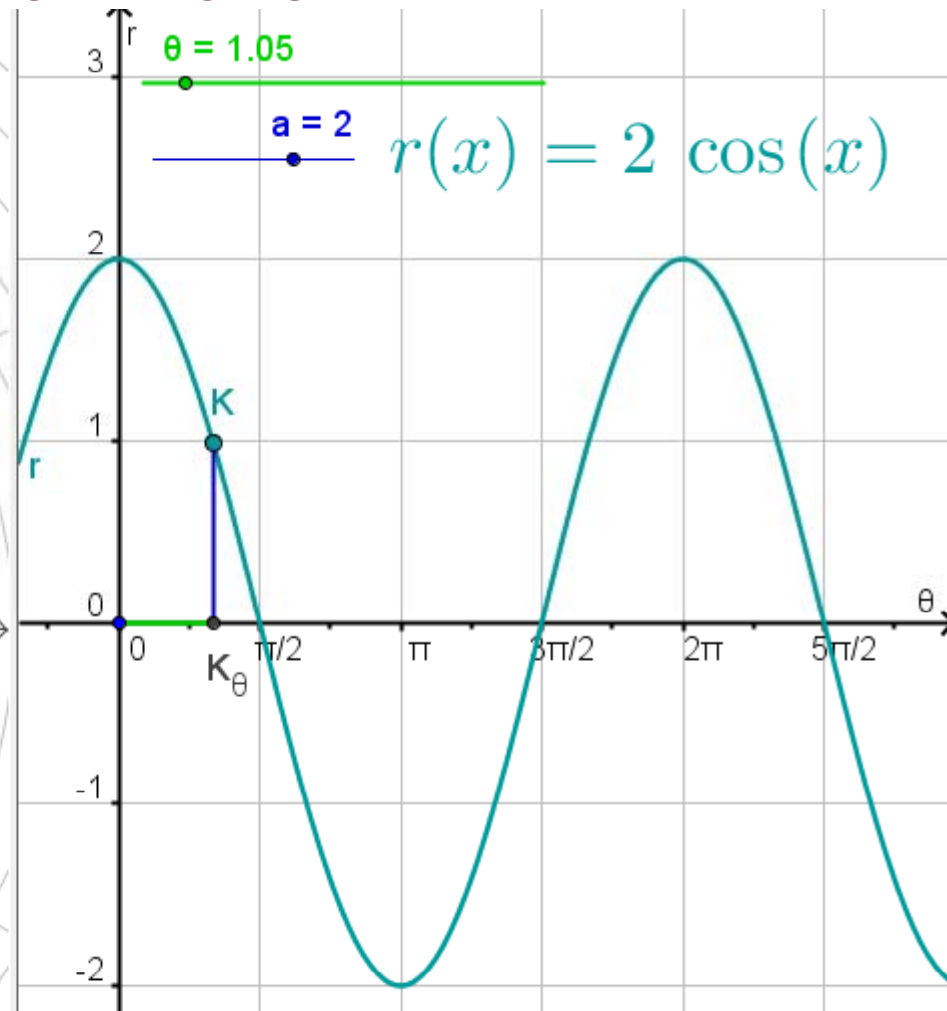
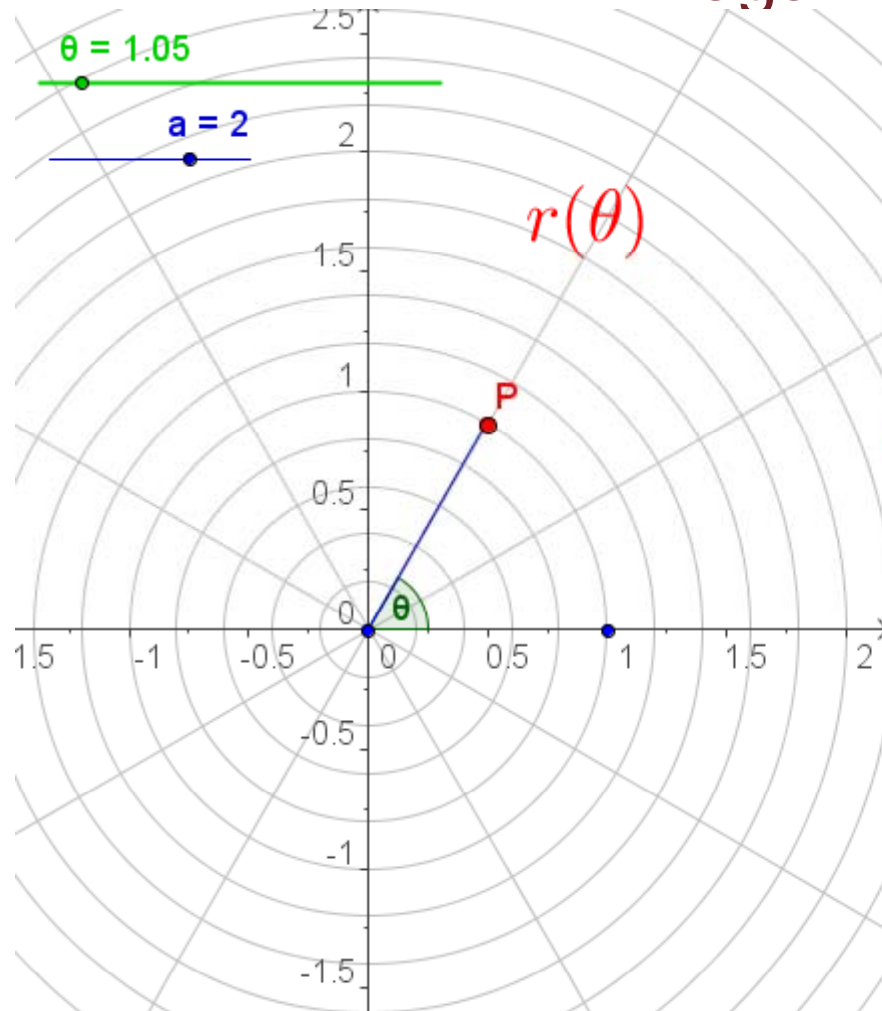
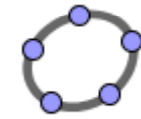
Nanu?

Wie deutet man
negative Radien?

Dazu ein zweites Grundbeispiel:

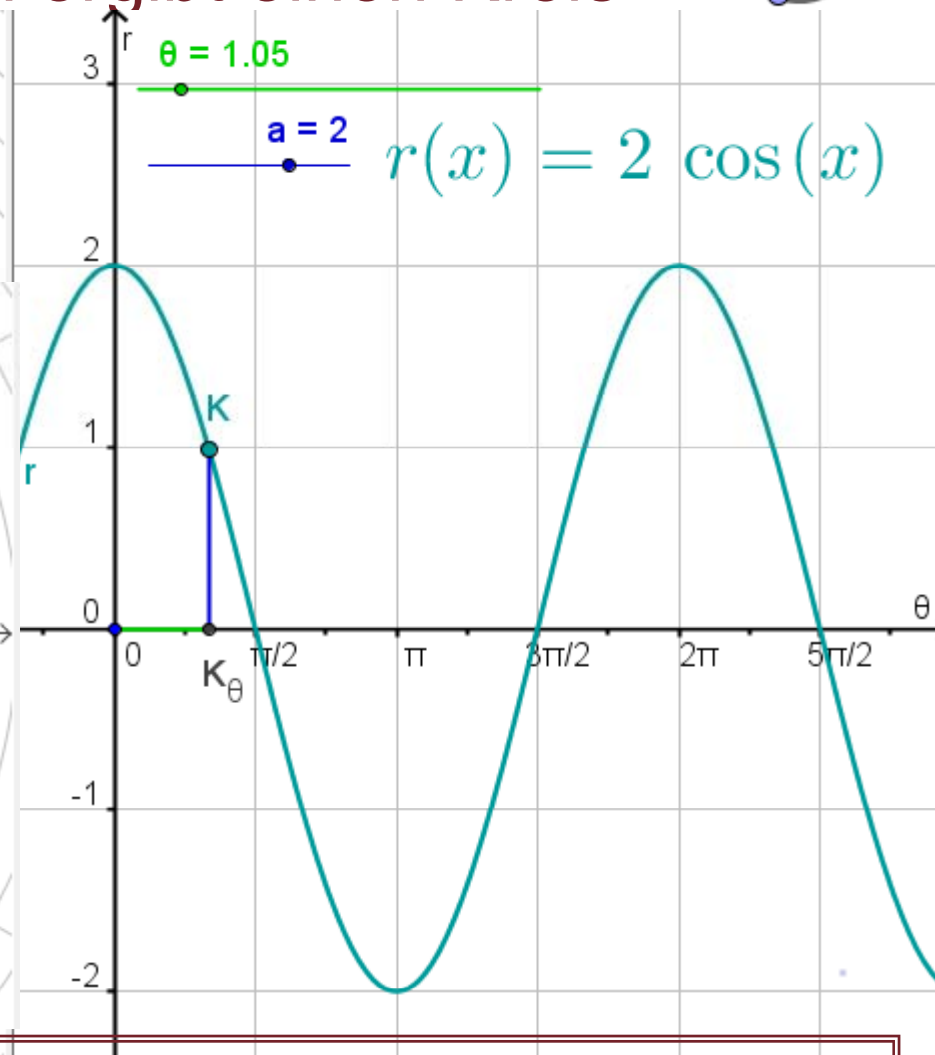
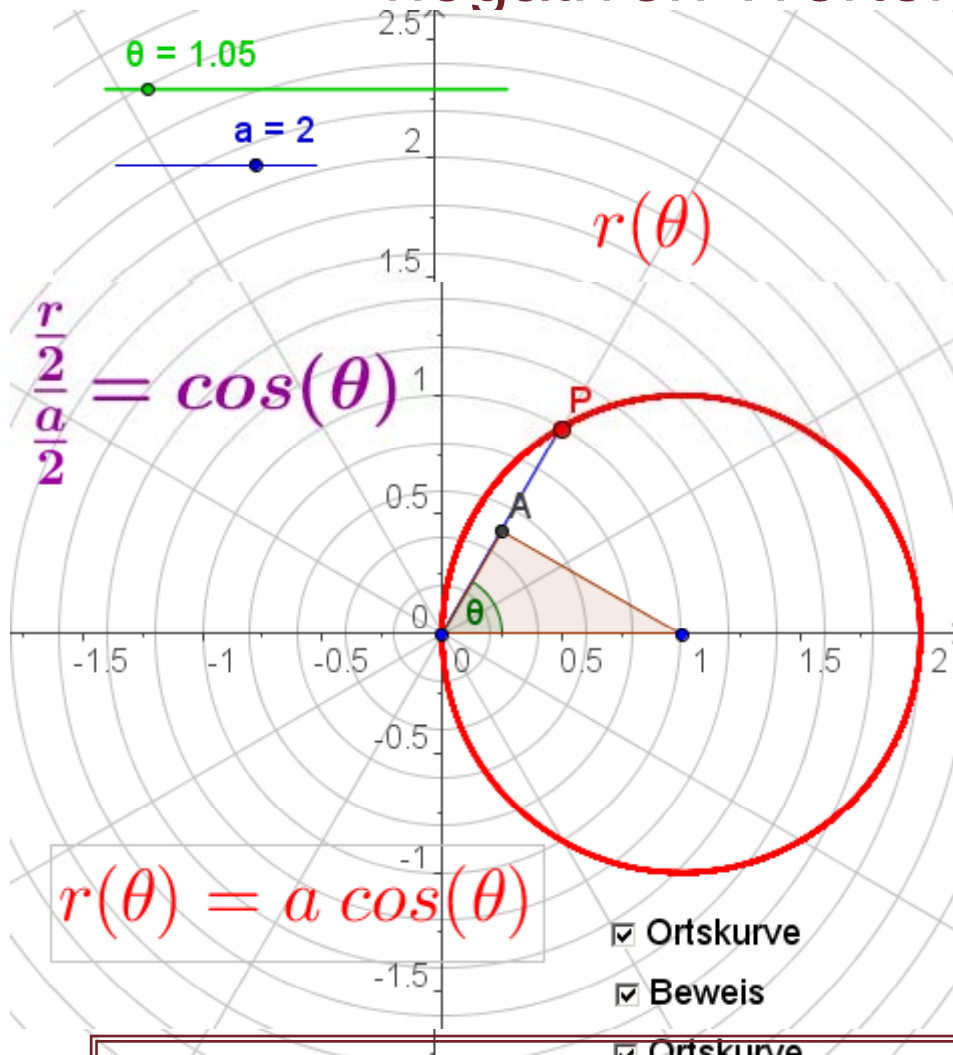
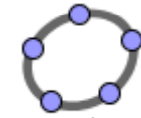


Vertraute Funktion mit positiven und negativen Werten



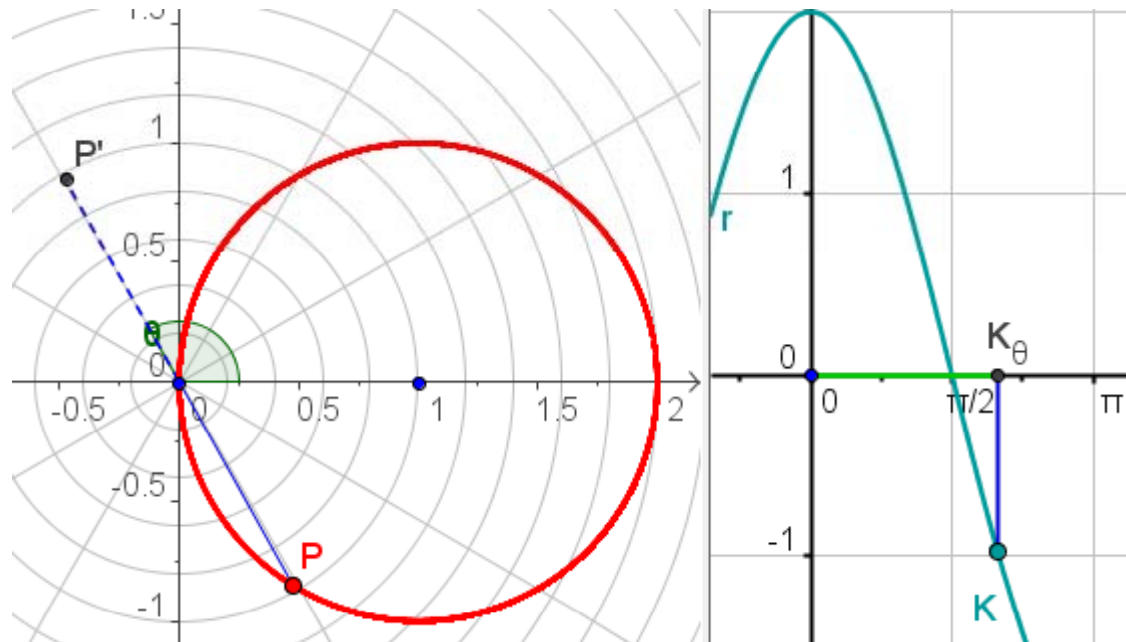
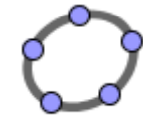


Vertraute Funktion mit positiven und negativen Werten ergibt einen Kreis

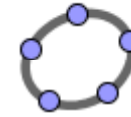




Umgang mit negativen Polarradiuswerten

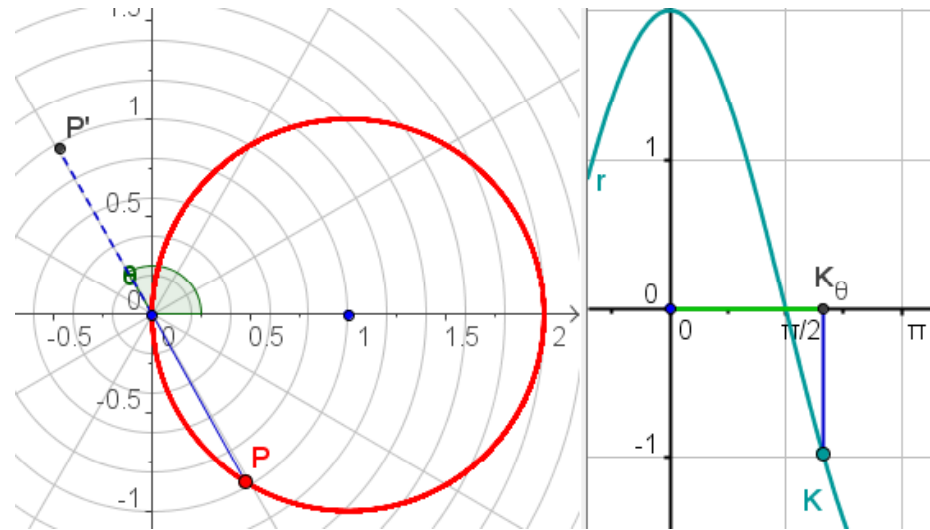


Ist $r(\theta) < 0$, dann ergibt sich P „gegenüber“,
d.h. durch Spiegeln von P' am Ursprung.



Umgang mit negativen Polarradiuswerten

- $\theta = 2.08$
- ▣ Abhängige Objekte
- $K = (2.08, -0.97)$
- $M = (0.24, -0.43)$
- $P = (0.97; 299.18^\circ)$
- $r(x) = 2 \cos(x)$
- $\theta_g = 119.18$

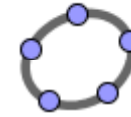


Ist $r(\theta) < 0$, zeigt GeoGebra $P = (|r(\theta)|; \theta_g + 180^\circ)$

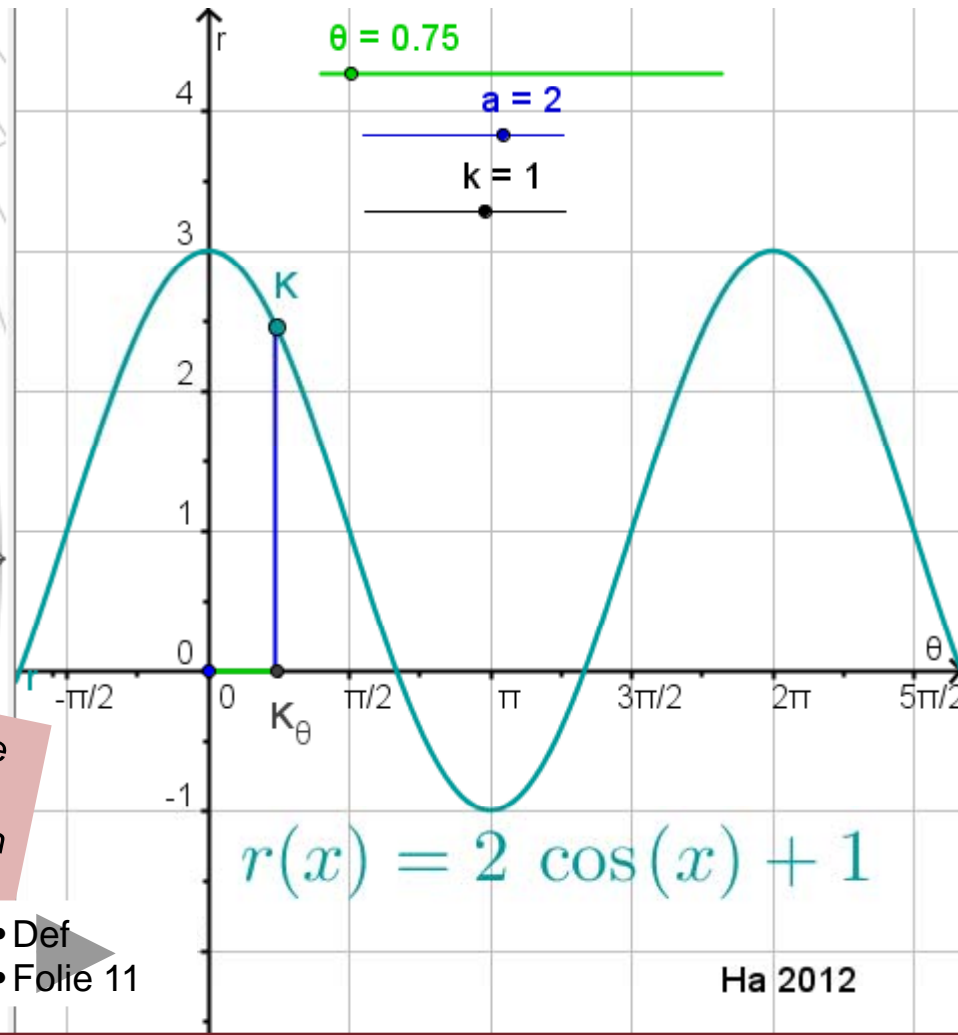
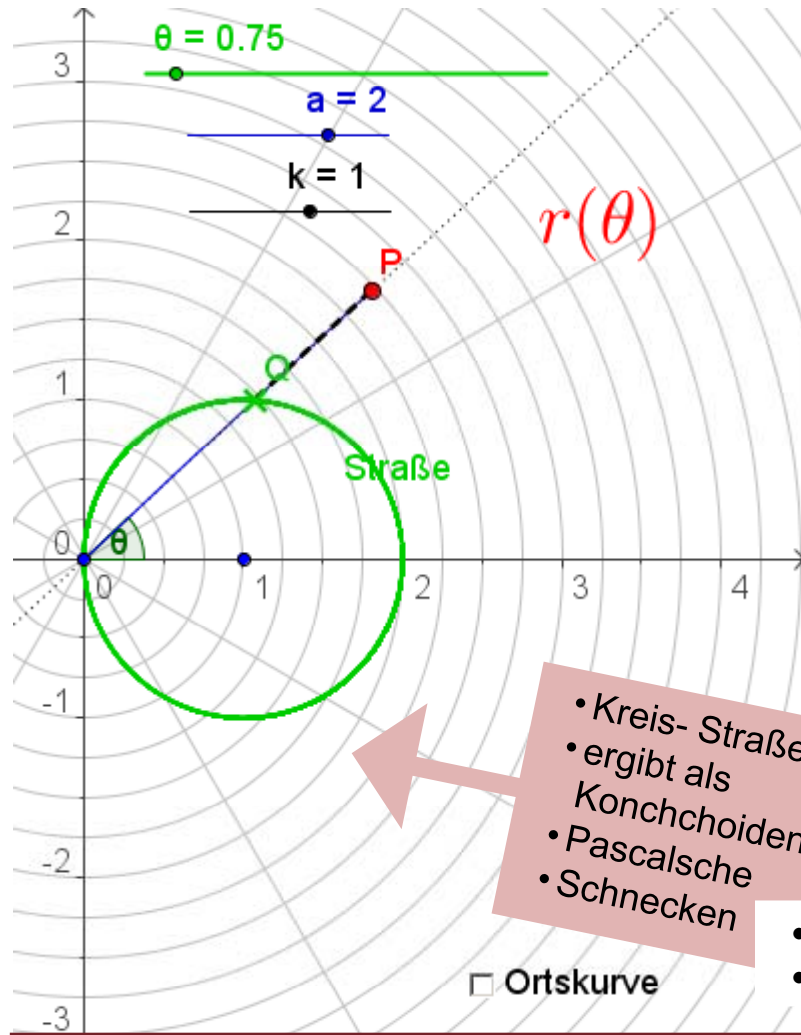
Definiert war eigentlich: $P = (r(\theta); \theta)$ und $K = (\theta, r(\theta))$

Wir sollten in dieser Runde darüber sprechen, ob wir die automatische Umrechnung in Grad und diese Angabe von P gut finden.

Im Einverständnis mit den Hörern werde ich beim GeoGebra-Team um eine entspr. Wahlmöglichkeit bitten



Pascalsche Schnecken



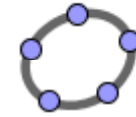
- Kreis- Straße
- ergibt als Konchoiden
- Pascalsche
- Schnecken

□ Ortskurve

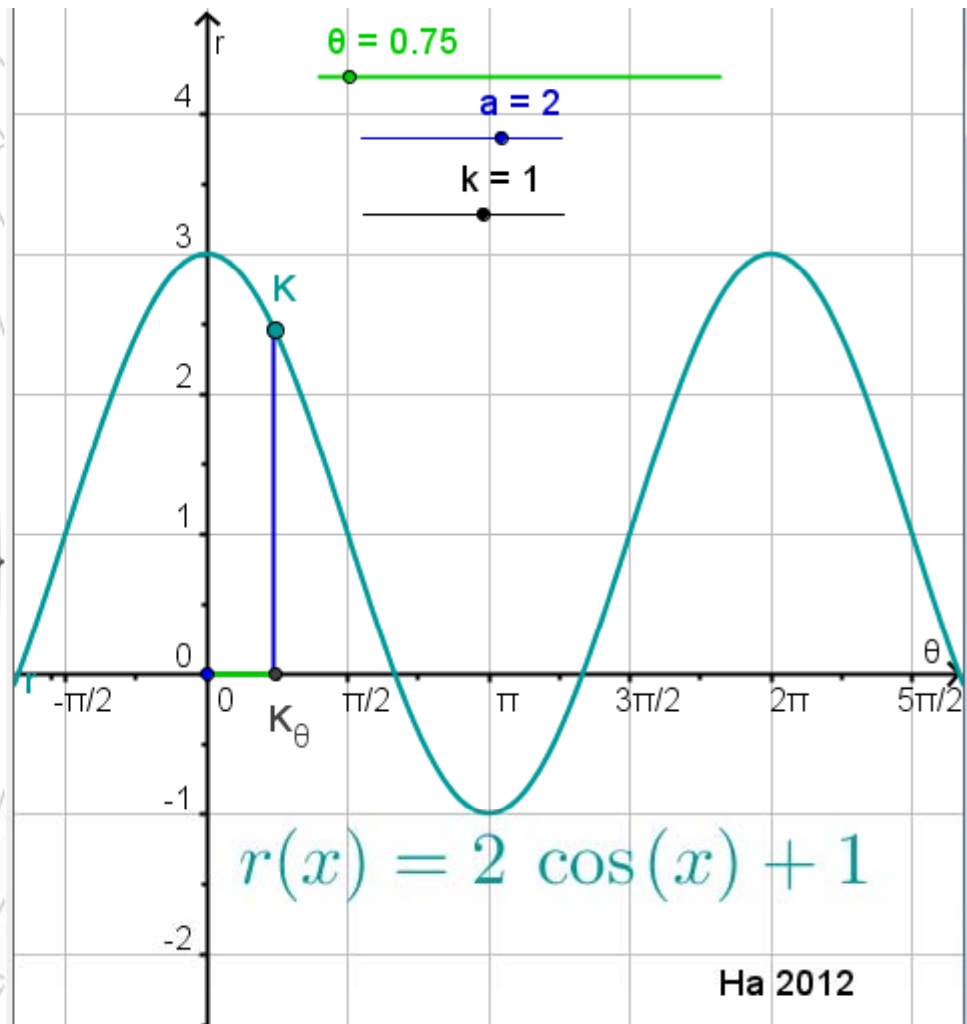
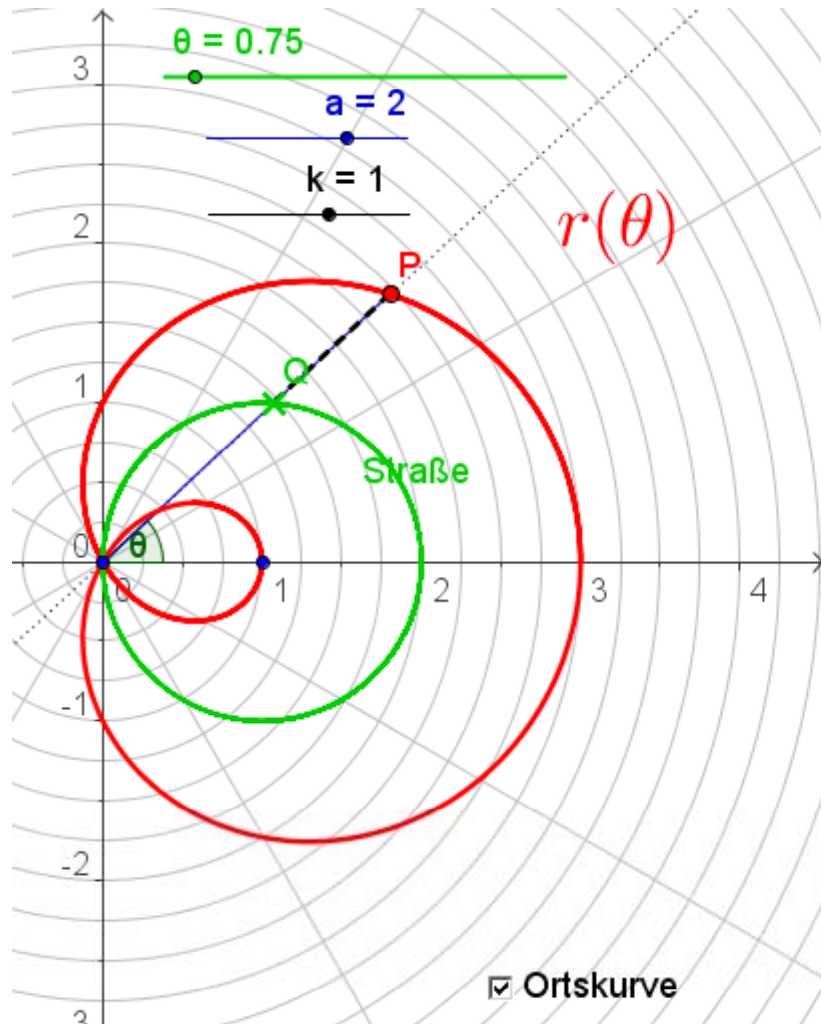
• Def
• Folie 11

$$r(x) = 2 \cos(x) + 1$$

Ha 2012



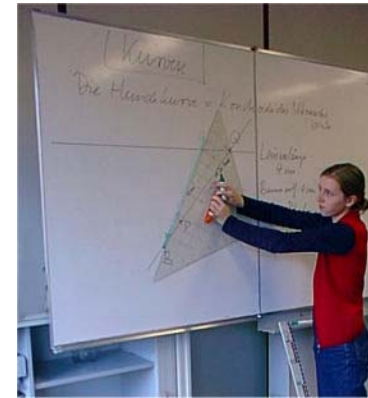
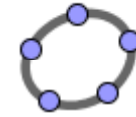
Pascalsche Schnecken



- Folie 7
- Pascal Schnecke



Hundekurve, noch eine Konchoide



- Gerade Straße
- ergibt Konchoide
- des Nikomedes

Bei **allen Konchoiden** gibt es folgende Deutung, die man handelnd erfahren kann:

Herrchen Q wandert auf einer **Straße**.

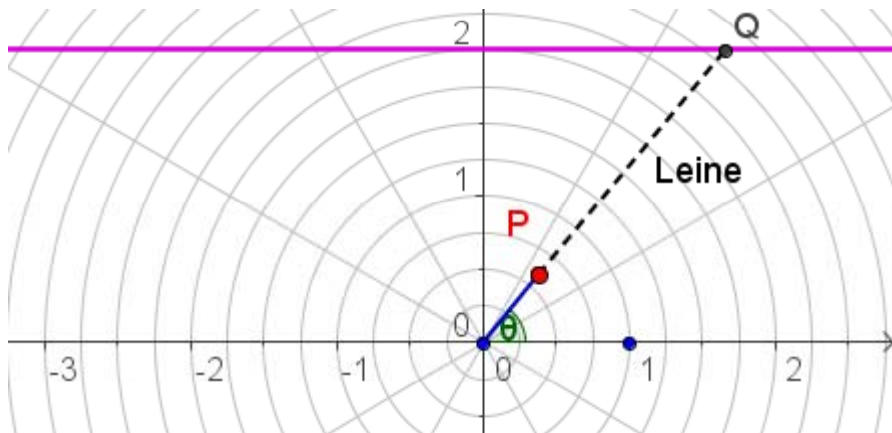
Seinen Hund **P** hat er an einer Leine fester Länge k . Der **Hund P** strebt stets zu einem festen **Baum O** hin oder von ihm fort.

Polar-Gleichung der **Straße**: $\sigma = \sigma(\theta)$

Polar-Gleichung der zugehörigen

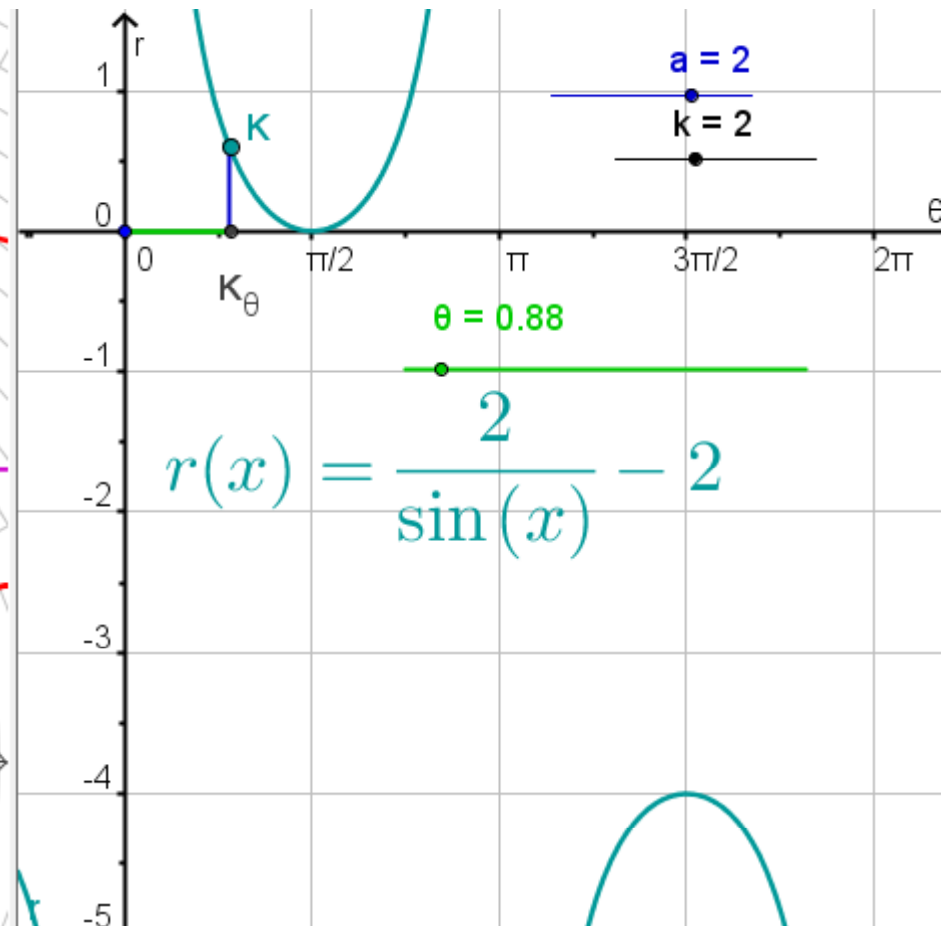
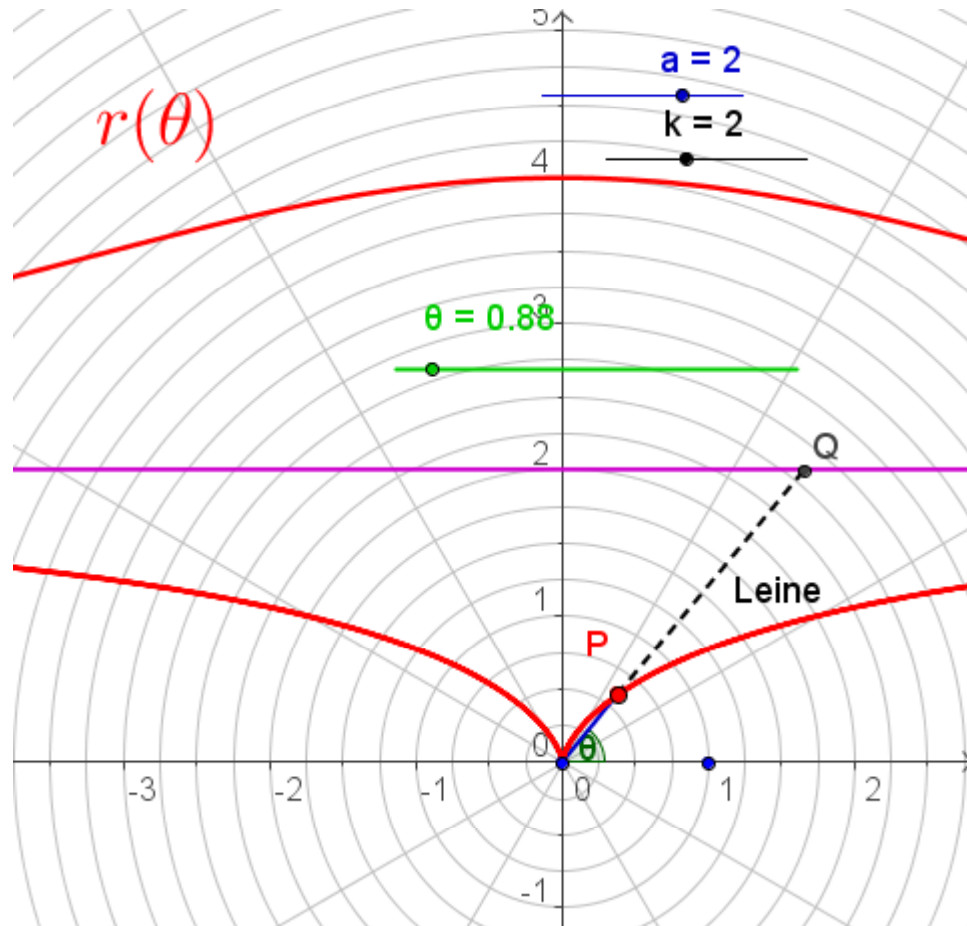
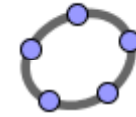
Konchoide:

$$r(\theta) = \sigma(\theta) \pm k$$





Hundekurve, Konchoide des Nikomedes

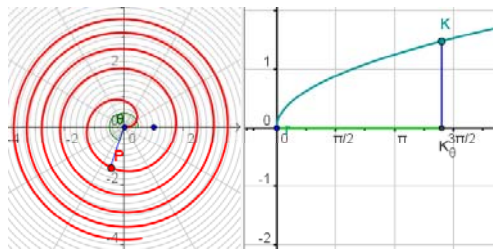




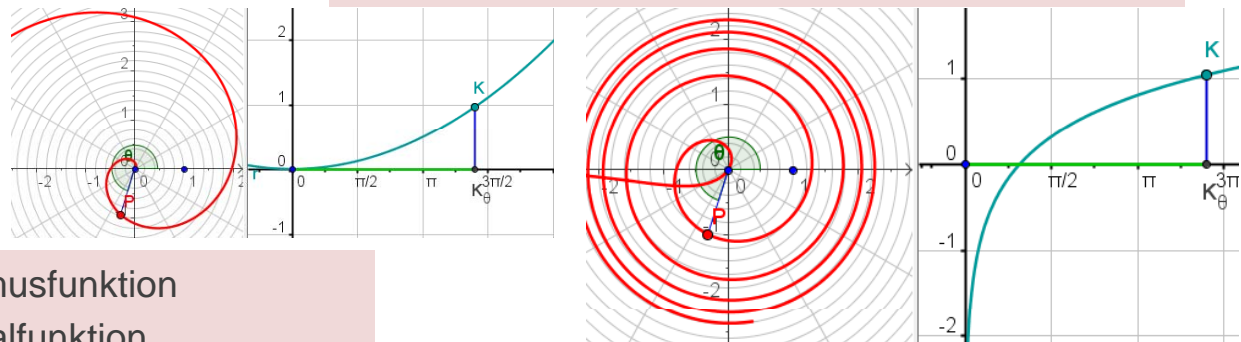
Was können die Lernenden erkunden?

1. Alle „bekannten“ Funktionen können in ihrer polaren Gestalt zusammen mit ihrer kartesischen Gestalt betrachtet werden

Archimedische Spirale vs Gerade

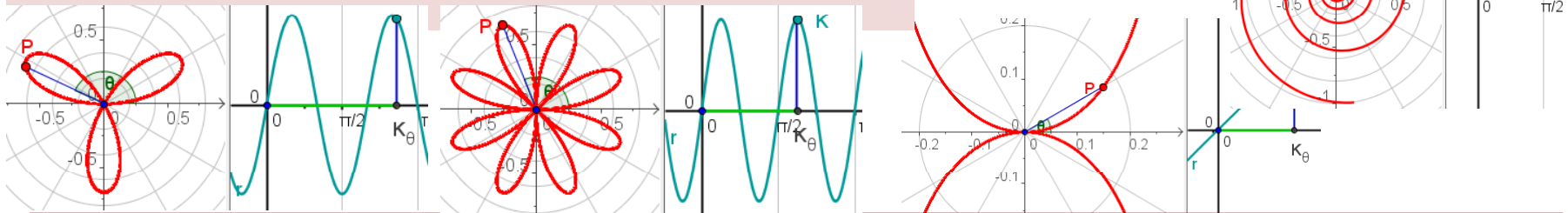


Wurzelspirale vs Wurzelfunktion
Quadratspirale vs Parabel



Logarithmus-Spirale vs Logarithmusfunktion
Exponential-Spirale vs Exponentialfunktion

Kreise und Rosetten vs Sinus – bzw. Kosinusfunktionen





Was können die Lernenden erkunden?

2. Alle üblichen Variationen können systematisch untersucht werden:

a) Faktor vor dem Funktionsterm,

-> Zentrische Streckung

b) Faktor bei der Variablen,

-> vielfältige Wirkung, siehe Rosetten

c) Addition einer Konstanten zu Funktionsterm,

-> zugehörige Konchoiden, s.o.

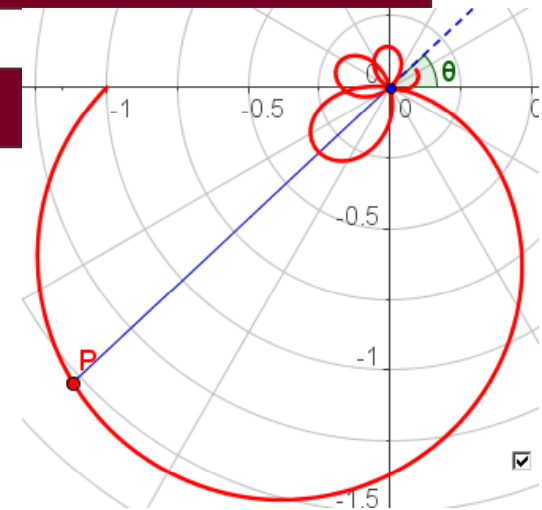
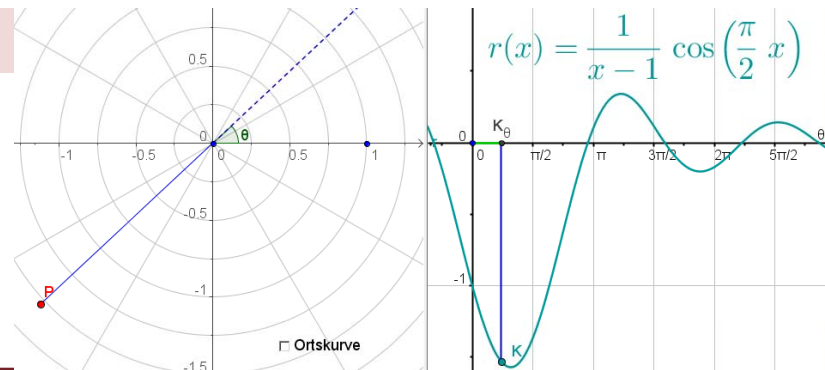
d) Addition bei der Variablen

-> Drehung der Kurve

3. Spezielle Untersuchungen für jedes Niveau

z.B. Polarblume

$x = 1$?

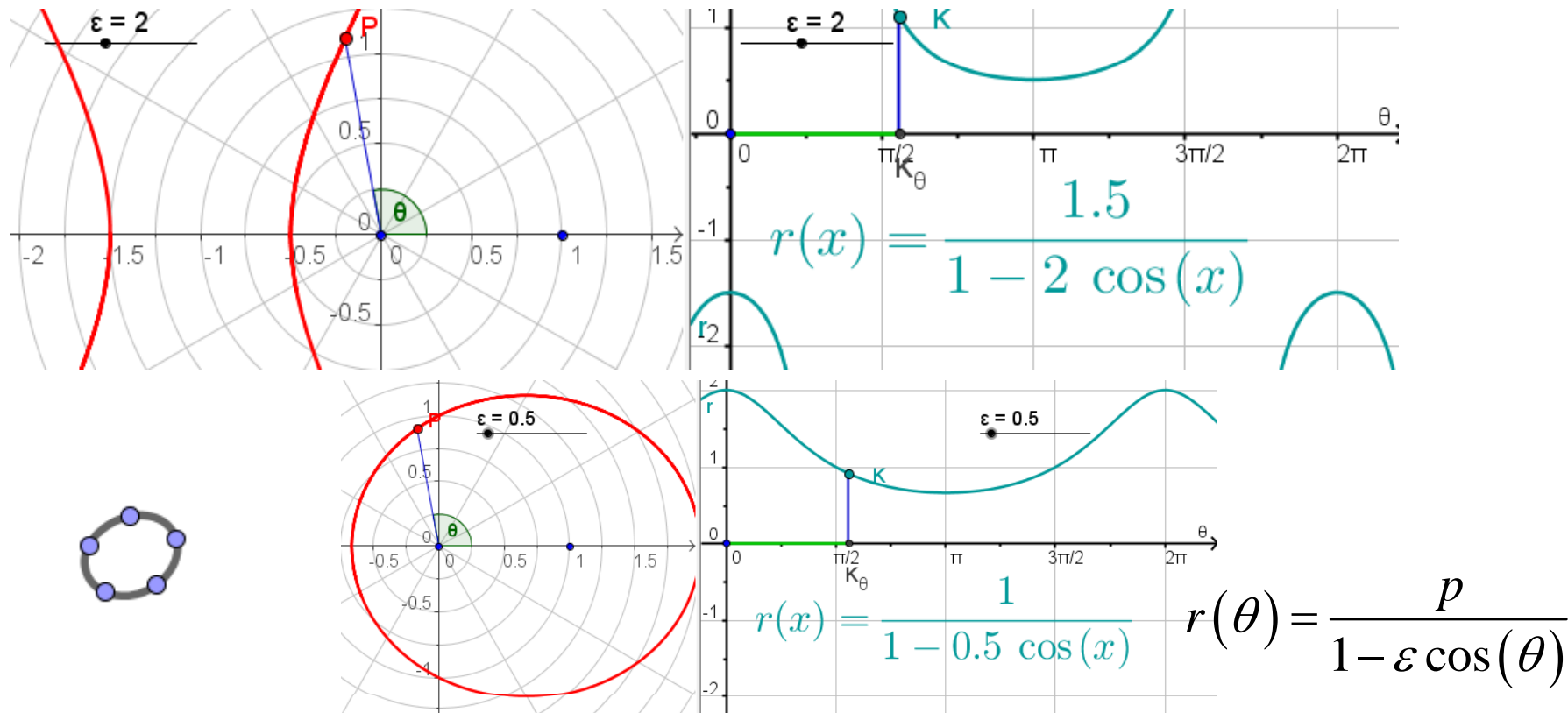




Was können die Lernenden erkunden?

4. Kurvenfamilien mit gemeinsamer Polargleichung mit Parameter erkundet werden:

z.B. Kegelschnitte, Rosetten, eigene Kreationen ...



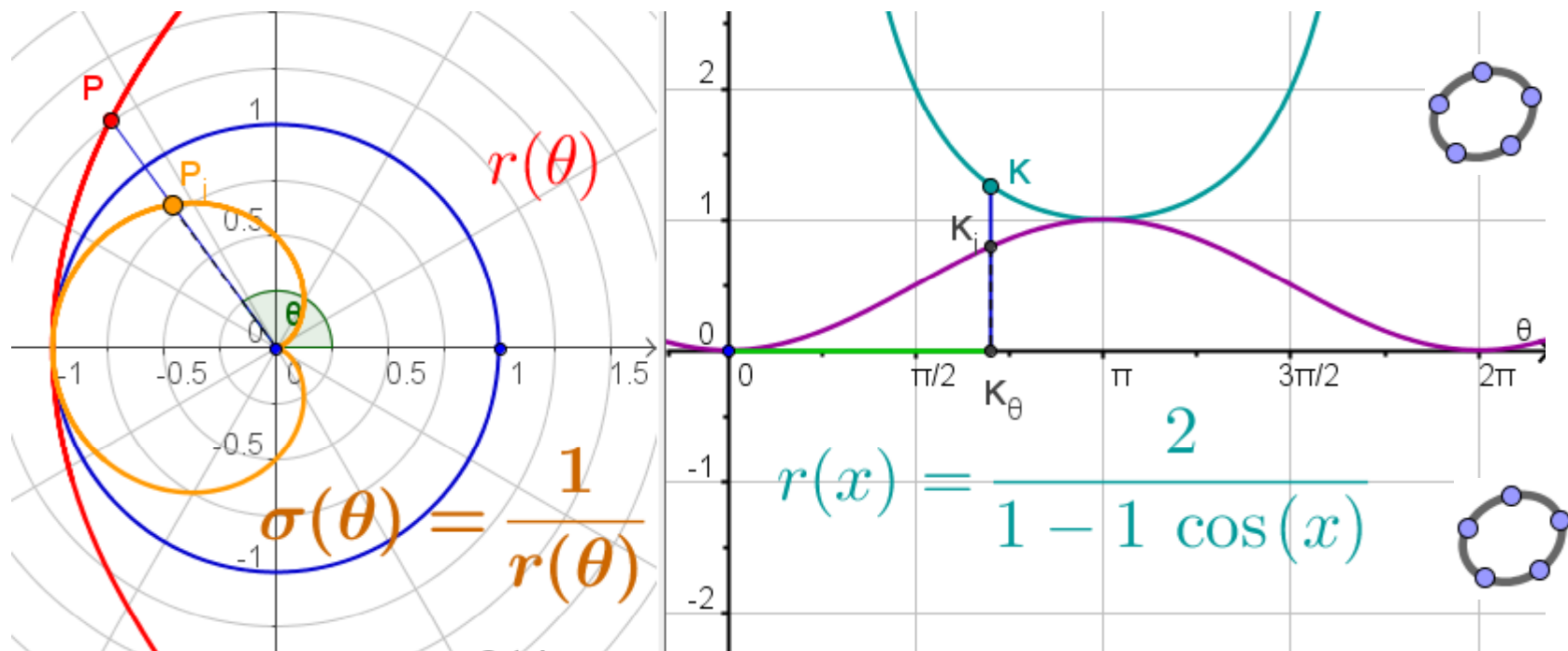


Was können die Lernenden erkunden?

5. Inversion am Kreis kann einfach durchgeführt und auf jedem Niveau betrachtet werden.

Inversion der Kegelschnitte ergibt Pascalsche Schnecken.

Inversion einer Parabel (an passendem Kreis) ergibt eine Kardioide.

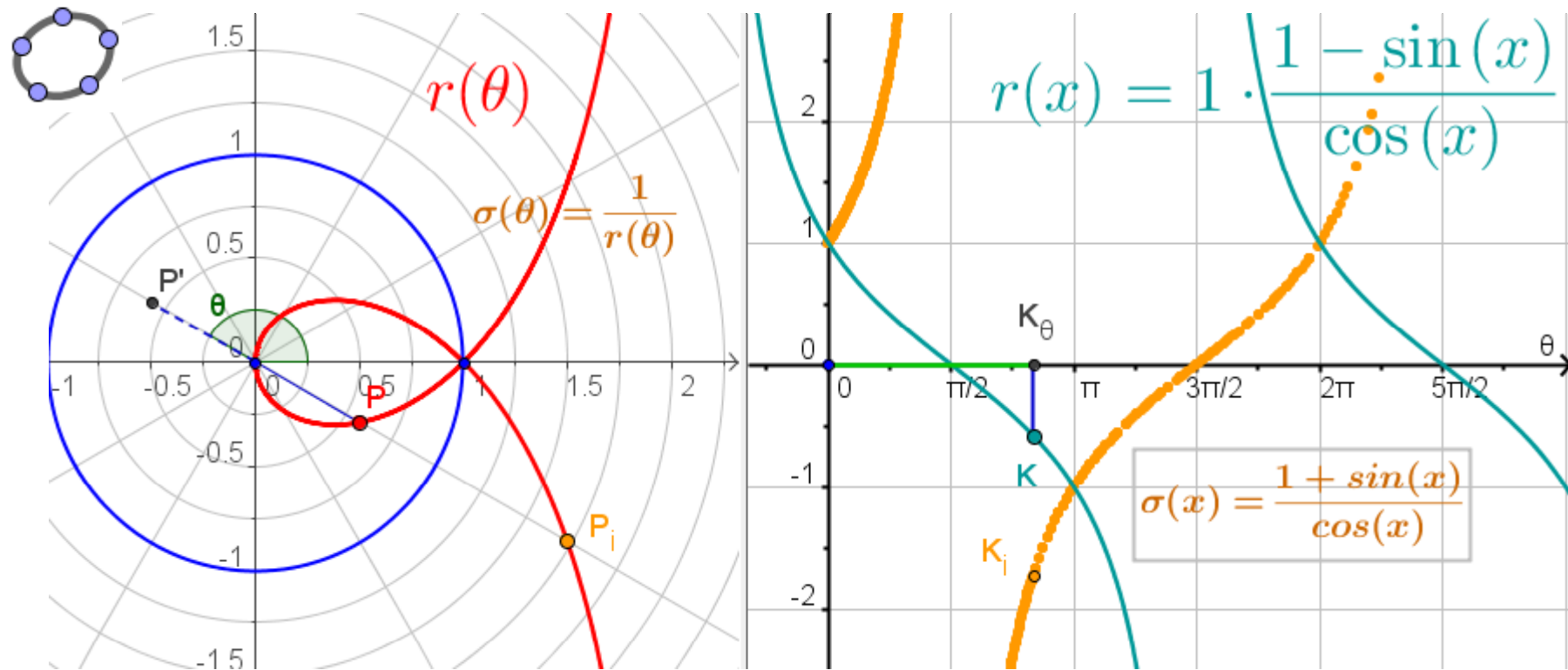




Was können die Lernenden erkunden?

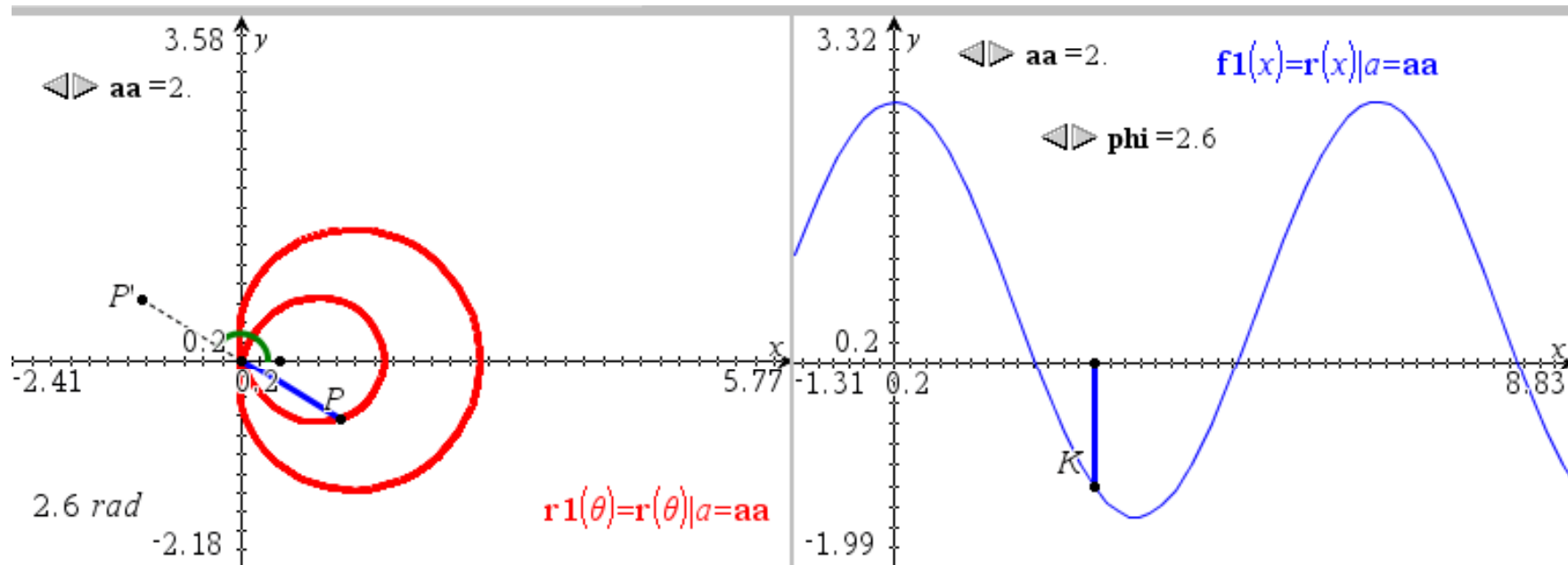
5. Inversion am Kreis kann einfach durchgeführt und auf jedem Niveau betrachtet werden.

Strophoiden gehen bei Inversion in sich über, sie gehören also zu den **analogmatischen** Kurven





Polar doppelt sehen mit anderen Werkzeugen



TI Nspire CAS
Bild aus PC-Version



Polar doppelt sehen

Polar ?

Na klar!

Vielen Dank
für Ihre
Aufmerksamkeit!

Sie finden alles bei
[www.mathematik-
verstehen.de](http://www.mathematik-
verstehen.de)

Spektrum Akademischer Verlag /Springer
ISBN 978 8274 2044 2
www.mathematik-sehen-und-verstehen.de

