

Heronverfahren

Heron-Verfahren

Haftendorn, 3. Mai 2011

Die Trägerfunktion lautet $f(x) := \frac{1}{2} \cdot \left(x + \frac{r}{x} \right)$ ▶ *Fertig*

Die rekursive Formel lautet: $u_1(n) := f(u_1(n-1))$ ▶ *Fertig* Sehen Sie sich die Trägerfunktion im Graph-Fenster an. Dabei ist es sinnvoll, einen Schieberegler für r einzuführen, ebenso für den Startwert a_0 . Jetzt ist also **r** und **a_0**

Der Fixpunkt ist $\text{solve}(x=f(x),x)$ ▶ $x=-1.41421356237$ or $x=1.41421356237$ |, die ist die Dezimalzahl von Wurzel (2). Dass das Heronverfahren allgemein zur näherungsweise Bestimmung der Wurzel aus r identisch wird, wird unten noch bewiesen.

In Graph-Fenster ist auch unter Auswahl von Graphiktyp=olge die obige Formel für u_1 eingetragen.

Re-Maus auf einem der Punkte lässt die Wahl von Attributen zu. Der unterste Eintrag ist die Darstellung. Zeit-Graph ist vorgewählt. Pfeil nach rechts lässt die Wahl Webgraph zu.

Die Darstellung des Schnittpunktes erzeugt für $r=2$ erwartungsgemäß
1.4142135...

$f(x) \triangleright \frac{x^2+2}{2 \cdot x}$ Da durch den Schieberegler nun $r=2$ ist kann man hier r nicht mehr
sehen. Die Formel ist aber dennoch mit r verbunden.

Um weiterhin mit variablem r untersuchen zu können, muss ma die Funktion
doppeln.

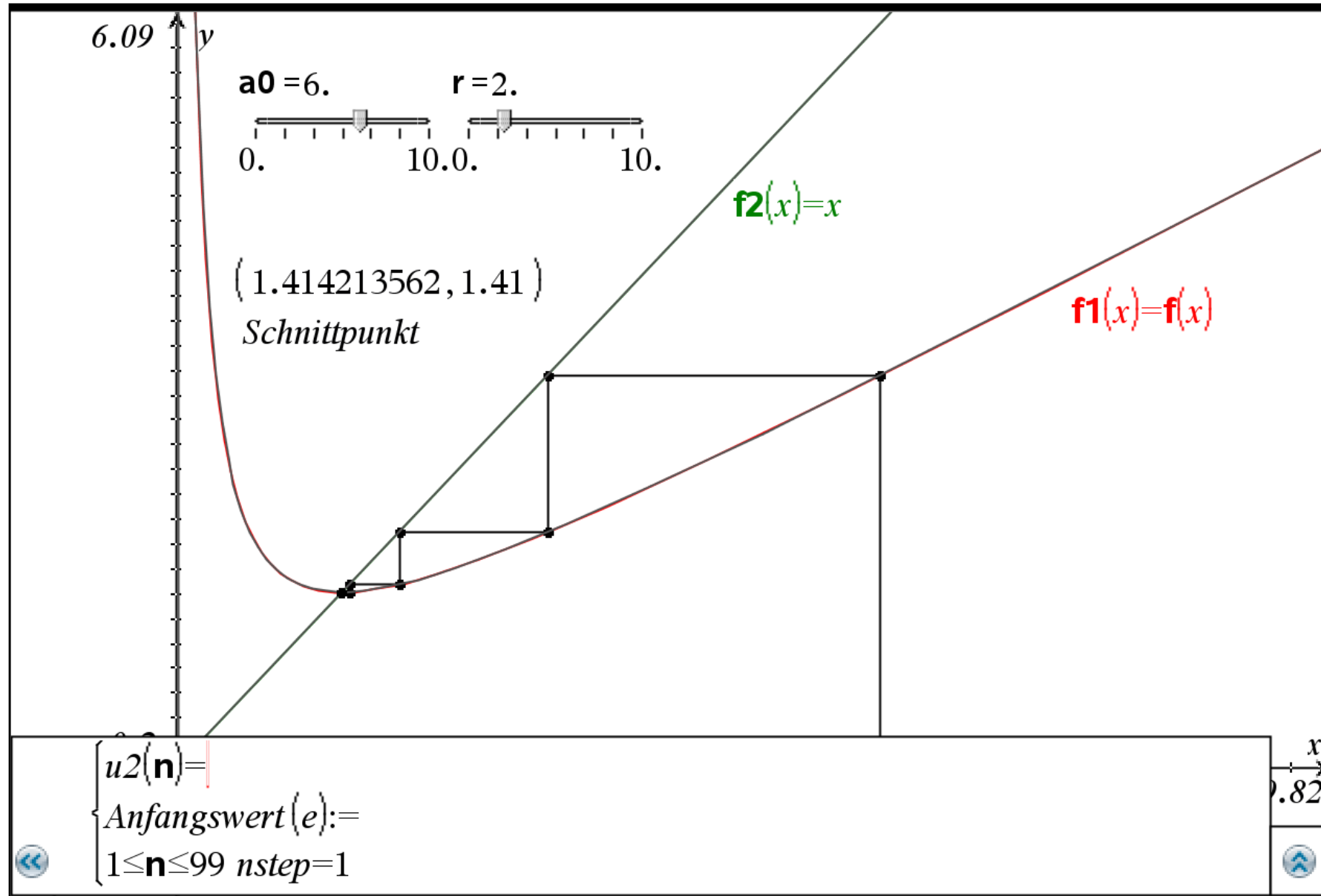
$ff(x) := \frac{1}{2} \cdot \left(x + \frac{rr}{x} \right) \triangleright$ *Fertig* Nochmal: Fixpunkt

$\text{solve}(ff(x)=x,x) \triangleright x = -\sqrt{rr}$ and $rr \geq 0$ or $x = \sqrt{rr}$ and $rr \geq 0$

Ableitung $\frac{d}{dx}(ff(x)) \triangleright \frac{x^2-rr}{2 \cdot x^2}$ ⚠ und Einsetzen des Fixpunktes

$\frac{d}{dx}(ff(x))|_{x=\sqrt{rr}} \triangleright 0$ ⚠

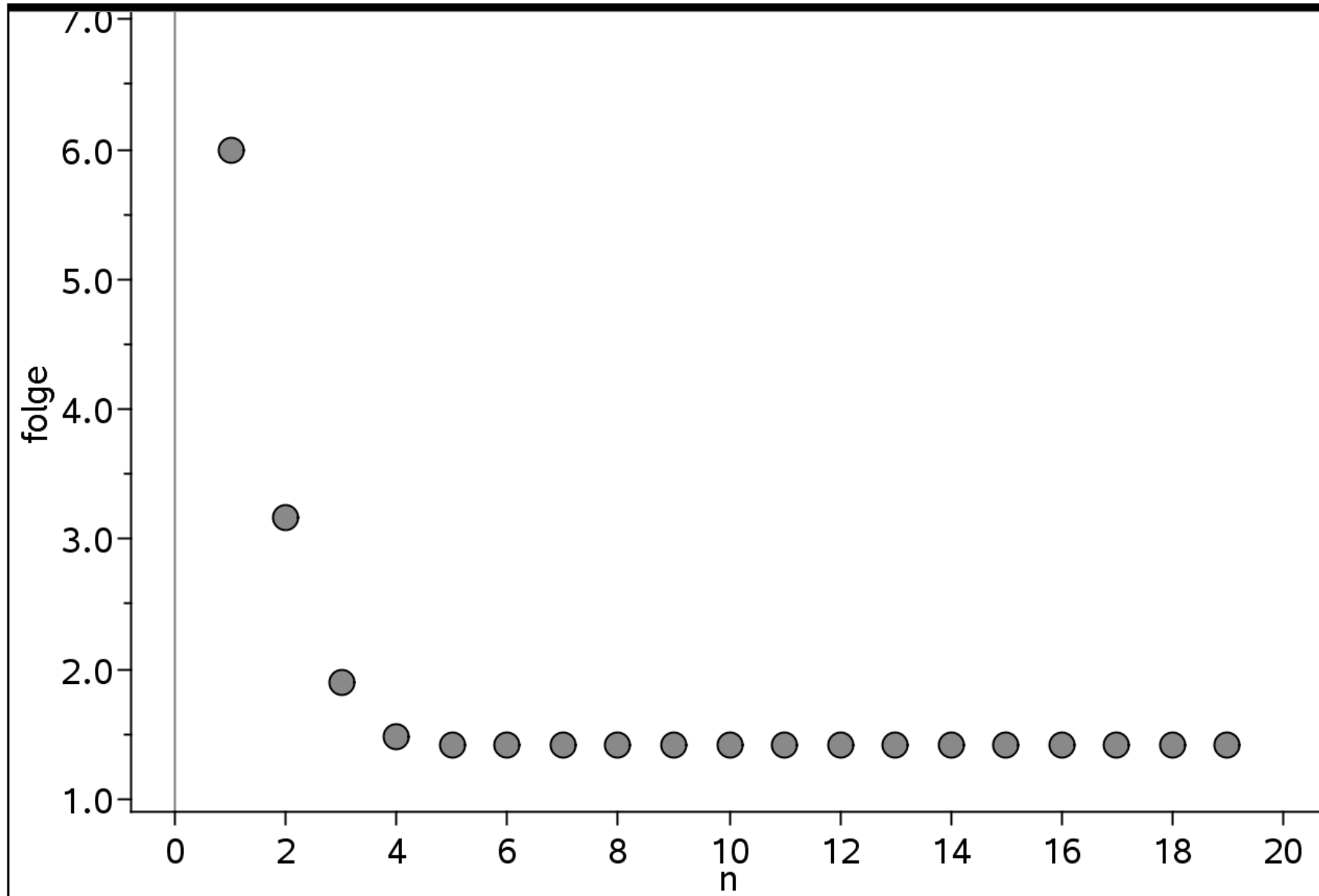
Also ist die Konvergenz für alle Wurzelbestimmungen superschnell.



	A	B	C	D	E	F	G
◆							
1	1	6.					
2	2	3.16666666667					
3	3	1.89912280702					
4	4	1.47612029496					
5	5	1.41551170981					
6	6	1.41421415763					
7	7	1.41421356237					
8	8	1.41421356237					
9	9	1.41421356237					
10	10	1.41421356237					
11	11	1.41421356237					
12	12	1.41421356237					
13	13	1.41421356237					
A1	1						

1.4

$\frac{1}{2} \cdot \left\{ 1.5 + \frac{2}{1.5} \right\}$	1.41666666667
$\frac{2}{1.4166666666667}$	1.41176470588
$\frac{1}{2} \cdot \left(1.4166666666667 + 1.4117647058823 \right)$	1.41421568627
$\sqrt{2}$	1.41421356237
© Dies sind einige Berechnungen "von Hand" <i>aus der Übungsstunde.</i>	
4/99	



1.6

heron-2011.tns

Heron für Wurzel aus 2

Heron 2

$f(x) := \frac{1}{2} \cdot \left(x + \frac{2}{x} \right)$ ▶ *Fertig* Trägerfunktion Hier ist darauf verzichtet, r variabel zu halten. r=2.

Anmerkung: im Graphfenster erhält man den Schnittpunkt mit größerer Stellenzahl, wenn man die angezeigte Zahl anklickt und mit Re-Maus Attribute wählt. Der erste Eintrag ist die Stellenzahl.

