

Heronverfahren

Heron-Verfahren Haftendorn, 3. Mai 2011

Die Trägerfunktion lautet $f(x) := \frac{1}{2} \left(x + \frac{r}{x} \right)$ • Fertig

Die rekursive Formel lautet: $u_1(n) := f(u_1(n-1))$ • Fertig. Sehen Sie sich die Trägerfunktion im Graph-Fenster an. Dabei ist es sinnvoll, einen Schieberegler für r einzuführen, ebenso für den Startwert a0. Jetzt ist also r und a0

Der Fixpunkt ist $\text{solve}(x=f(x), x) \rightarrow x=1.41421356237$ or $x=-1.41421356237$, die ist die Dezimalzahl von Wurzel (2). Dass das Heronverfahren allgemein zur näherungsweise Bestimmung der Wurzel aus r idient, wird unten noch bewiesen.

In Graph-Fenster ist auch unter Auswahl von Graphiktyp=Folge die ogige Formel für u1 eingetragen.

Re-Maus auf einem der Punkte lässt die Wahl von Attributen zu. Der unterste Eintrag ist die Darstellung. Zeit-Graph ist vorgewählt. Pfeil nach rechts lässt die Wahl Webgraph zu.

1.1

Die Darstellung des Schnittpunktes erzeugt für r=2 erwartungsgemäß 1.4142135...

$f(x) = \frac{x^2+2}{2 \cdot x}$. Da durch den Schieberegler nun r=2 ist kann man hier r nicht mehr sehen. Die Formel ist aber dennoch mit r verbunden.

Um weiterhin mit variablem r untersuchen zu können, muss ma die Funktion doppeln.

$ff(x) := \frac{1}{2} \left(x + \frac{rr}{x} \right)$ • Fertig. Nochmal: Fixpunkt

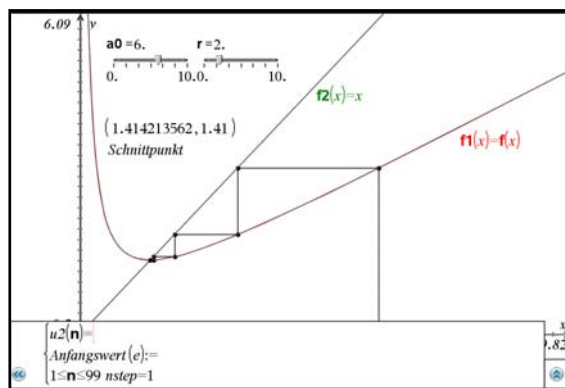
$\text{solve}(ff(x)=x, x) \rightarrow x = \sqrt{rr}$ and $rr \geq 0$ or $x = -\sqrt{rr}$ and $rr \geq 0$

Ableitung $\frac{d}{dx}(ff(x)) = \frac{x^2-rr}{2 \cdot x^2}$ und Einsetzen des Fixpunktes

$\frac{d}{dx}(ff(x))|_{x=\sqrt{rr}} = 0$.

Also ist die Konvergenz für alle Wurzelbestimmungen superschnell.

1.2



1.3

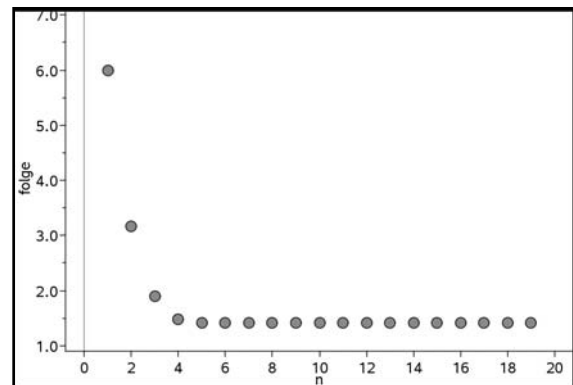
n	folge
1	6.
2	3.16666666667
3	1.89912280702
4	1.47612029496
5	1.41551170981
6	1.41421415763
7	1.41421356237
8	1.41421356237
9	1.41421356237
10	1.41421356237
11	1.41421356237
12	1.41421356237
13	1.41421356237

1.4

$\frac{1}{2} \left(1.5 + \frac{2}{1.5} \right)$	1.41666666667
$\frac{1}{2} \left(1.41666666667 + \frac{2}{1.41666666667} \right)$	1.41176470588
$\frac{1}{2} \left(1.41176470588 + \frac{2}{1.41176470588} \right)$	1.41421568627
$\frac{1}{2} \left(1.41421568627 + \frac{2}{1.41421568627} \right)$	1.41421356237

© Dies sind einige Berechnungen "von Hand" aus der Übungsstunde.

1.5



1.6

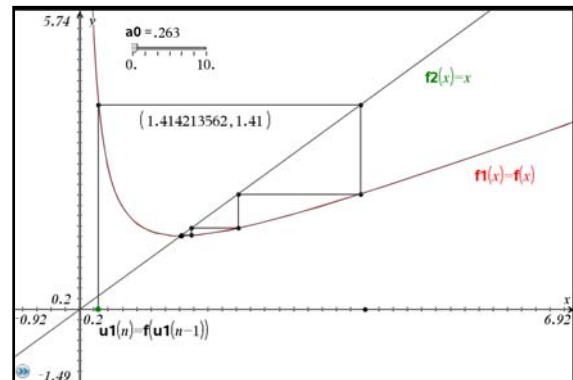
Heron für Wurzel aus 2

Heron 2

$f(x) := \frac{1}{2} \left(x + \frac{2}{x} \right)$ • Fertig. Trägerfunktion. Hier ist darauf verzichtet, r variabel zu halten. r=2.

Anmerkung: im Graphfenster erhält man den Schnittpunkt mit größerer Stellenzahl, wenn man die angezeigte Zahl anklickt und mit Re-Maus Attribute wählt. Der erste Eintrag ist die Stellenzahl.

2.1



2.2