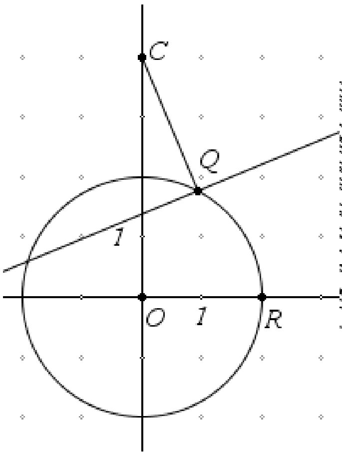
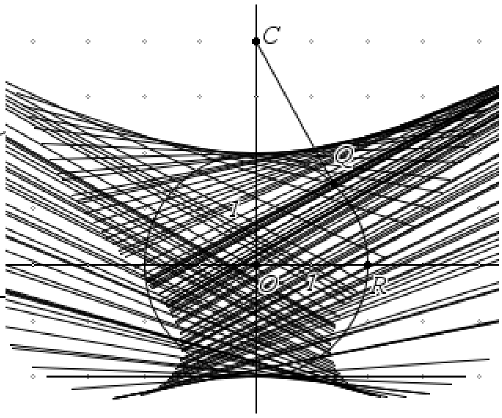
Hyperbel als Hüllkurve





Datei hyperbelhuell.tns

Konstruktionsbeschreibung:

A sei ein fester Punkt (R,0) auf der x-Achse.
C sei ein fester Punkt (0,c) auf der y-Achse.
Q wandert auf dem Kreis um O durch A.
Welche Hüllkurve hat die Normalenschar auf CQ in Q?

Hyperbel als Hüllkurve Haftendorn 1/11

Konstruktionsbeschreibung:

A sei ein fester Punkt (R,0) auf der x−Achse. C sei ein fester Punkt (0,c) auf der y−Achse.

Q wandert auf dem Kreis um O durch A.

Welche Hüllkurve hat die Normalenschar auf CQ in Q?

Punkr Q=(t,v) auf dem Kreis: $\mathbf{v}:=\sqrt{r^2-t^2} \;\blacktriangleright\; \sqrt{r^2-t^2}$

$\mathbf{g}(x,t):=\frac{t}{c-\mathbf{v}}\cdot(x-t)+\mathbf{v} \;\blacktriangleright\; \textit{Fertig}\quad \mathbf{g}(x,t) \;\blacktriangleright\; \frac{t\cdot(t-x)}{\sqrt{r^2-t^2}-c}+\sqrt{r^2-t^2}$ ⚠ Das ist die Normalenschar.

$\mathbf{gpunkt}:=\frac{d}{dt}(\mathbf{g}(x,t))=0 \;\blacktriangleright\; \frac{c\cdot\sqrt{r^2-t^2}\cdot x+t\cdot(r^2-c^2)-r^2\cdot x}{\sqrt{r^2-t^2}\cdot\left(\sqrt{r^2-t^2}-c\right)^2}=0$ ⚠ Parameter−Ableitung Null−setzten

$\mathbf{lox}:=\mathrm{solve}(\mathbf{gpunkt},x) \;\blacktriangleright\; x=\frac{-(r^2-c^2)\cdot t}{c\cdot\sqrt{r^2-t^2}-r^2} \text{ or } \frac{1}{\sqrt{r^2-t^2}\cdot\left(\sqrt{r^2-t^2}-c\right)^2}=0$ nach x auflösen.

Vorderes übertragen:

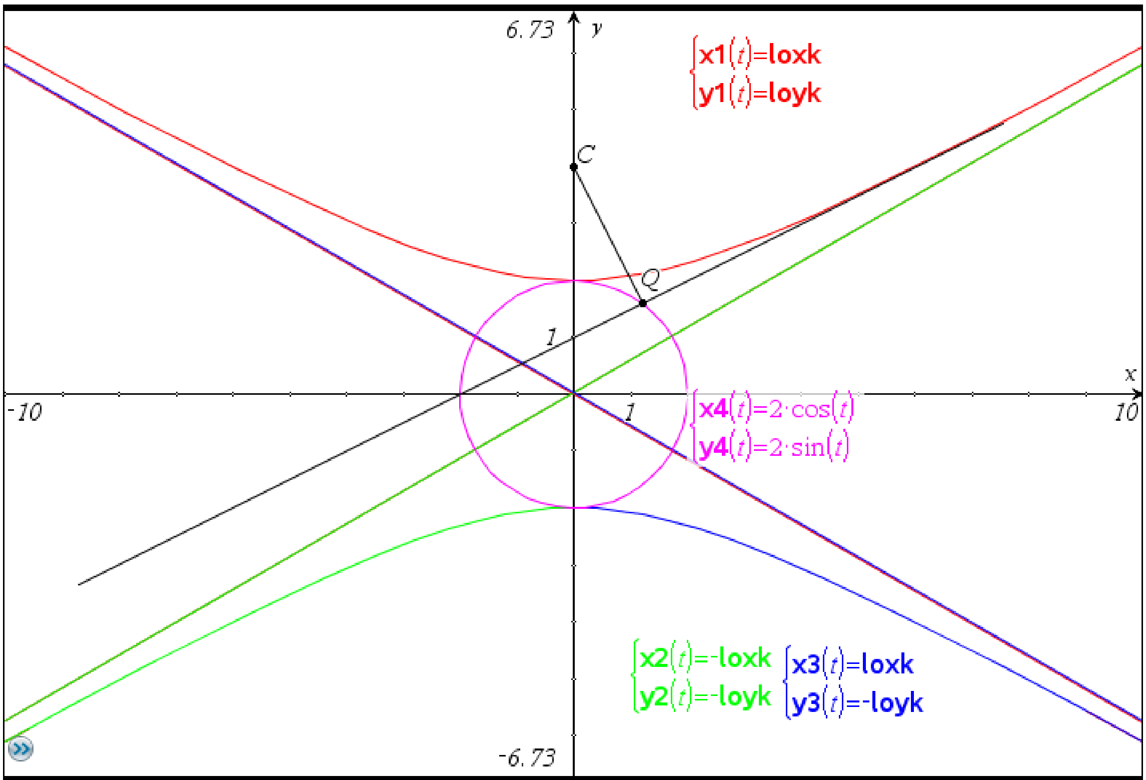
$\mathbf{loxx}:=\frac{-(r^2-c^2)\cdot t}{c\cdot\sqrt{r^2-t^2}-r^2} \;\blacktriangleright\; \frac{-(r^2-c^2)\cdot t}{c\cdot\sqrt{r^2-t^2}-r^2}$

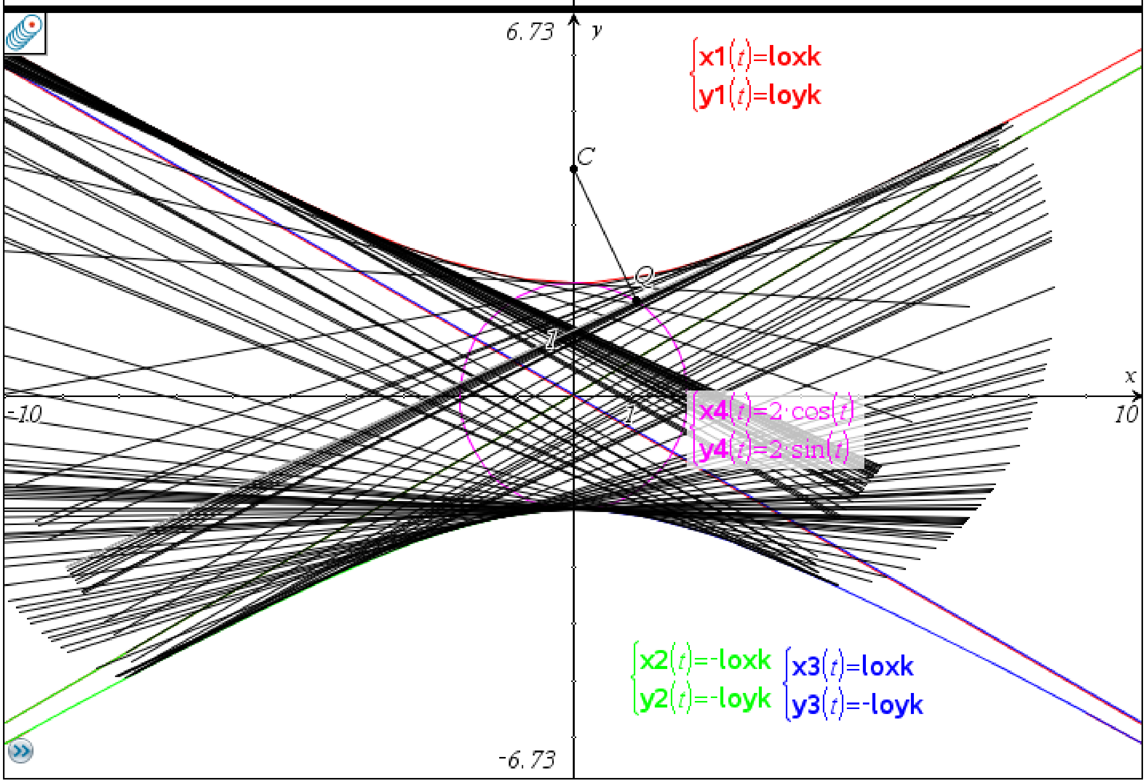
$\mathbf{loyy}:=\mathbf{g}(\mathbf{loxx},t) \;\blacktriangleright\; \frac{c\cdot t^2}{c\cdot\sqrt{r^2-t^2}-r^2}+\sqrt{r^2-t^2}$ ⚠ in die Gleichung der Schar einsetzen.

Das ist die Parameterdarstellung der gesuchten Kurve,konkret also:

$\mathbf{loxk}:=\mathbf{loxx}|r=2 \text{ and } c=4 \;\blacktriangleright\; \frac{3\cdot t}{\sqrt{4-t^2}-1}$

$\mathbf{loyk}:=\mathbf{loyy}|r=2 \text{ and } c=4 \;\blacktriangleright\; \frac{t^2}{\sqrt{4-t^2}-1}+\sqrt{4-t^2}$ ⚠


6.73
y
x1(t)=loxk
y1(t)=loyk
C
Q
1
x
-10
1
10
x4(t)=2·cos(t)
y4(t)=2·sin(t)
x2(t)=-loxk
y2(t)=-loyk
x3(t)=loxk
y3(t)=-loyk
-6.73


6.73
y
x1(t)=loxk
y1(t)=loyk
C
Q
x
-10
10
x4(t)=2·cos(t)
y4(t)=2·sin(t)
x2(t)=-loxk
y2(t)=-loyk
x3(t)=loxk
y3(t)=-loyk
-6.73