

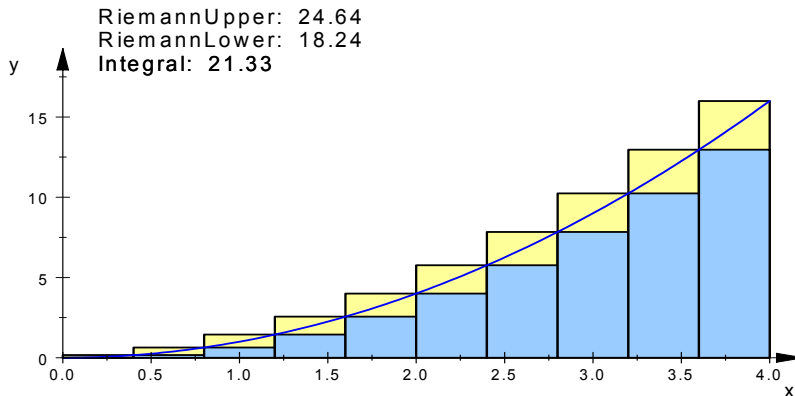
# Integration der Normalparabel

Prof. Dr. Dörte Haftendorn: Mathematik mit MuPAD 3.1.1, Juni 06 Update 21.06.06

Web: [www.mathematik-verstehen.de](http://www.mathematik-verstehen.de)

<http://haftendorn.uni-lueneburg.de>

- $f := x \rightarrow x^2$
- $x \rightarrow x^2$
- `summen := student::plotRiemann(f(x), x=0..4, 10):`
- `plot(summen)`



Bildung der Unter- und Obersumme

- `sum(i^2, i=1..n)` 
$$\frac{n \cdot (2 \cdot n + 1) \cdot (n + 1)}{6}$$
- `sum(i^2, i=1..n-1)` 
$$\frac{n \cdot (2 \cdot n - 1) \cdot (n - 1)}{6}$$
- `untersumme := b^3/n^3 * sum(i^2, i=0..n-1)` 
$$\frac{b^3 \cdot (2 \cdot n - 1) \cdot (n - 1)}{6 \cdot n^2}$$
- `obersumme := b^3/n^3 * sum(i^2, i=1..n)` 
$$\frac{b^3 \cdot (2 \cdot n + 1) \cdot (n + 1)}{6 \cdot n^2}$$
- `limit(expand(untersumme), n=infinity)`  $\frac{b^3}{3}$  ebenso  $\frac{b^3}{3}$  Obersumme

Da Unter- und Obersummen gegen denselben Wert konvergieren, existiert das Integral und ist gleich diesem Wert.

- `hold(int(x^2, x=0..b)) = int(f(x), x=0..b)`

$$\int_0^b x^2 dx = \frac{b^3}{3}$$