Näherungsmethoden

Keplersche Regel: $\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{6}(y_0+4y_1+y_2)$ mit $y_0 = f(a)$ $y_1=f(\frac{a+b}{2})$ $y_2=f(b)$

Sie liefert bis zu Polynomen 3. Grades exakte Werte.

Simpson-Regel: Man zerlegt das Integrationsintervall in n Streifen der Breite $h=\frac{b-a}{n}$ und n sei eine gerade Zahl

Die n Stützwerte sind $y_0=f(x_0)=f(a)$ $y_1=f(a+h)$ $y_2=f(a+2h)$,...

Dann gilt $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}(y_0+4y_1+2y_2+4y_3+...+4y_{n-1}+y_n)$

Befehl in MuPAD

```
numeric::int(
   sin(PI*x^2),
      x=0..1)
```

0.5048545941

Rotationsvolumen, das entsteht, wenn sich der Graph von *f* in den Grenzen von a bis b, bzw. von c bis d, um die Achse dreht.

Bei Drehung um die x-Achse $V=\pi\int_a^b y^2\,dx = \pi\int_a^b f^2(x)\,dx$.

Bei Drehung um die y-Achse $V=\pi\int_{y=c}^{y=d} x^2\,dy = \pi\int_c^d g^2(y)\,dy$ mit $x=g(y)$.

Mantelfläche eines solchen Rotationskörpers

Drehung um x-Achse $Mantel= 2\pi\int_a^b y\cdot\sqrt{1+(y')^2}\,dx = 2\pi\int_a^b f(x)\cdot\sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$.

Drehung um y-Achse $Mantel= 2\pi\int_{y=c}^{y=d} x\cdot\sqrt{1+(x')^2}\,dy = 2\pi\int_c^d g(y)\cdot\sqrt{1+(g'(y))^2}\,dy$.

Bogenlänge des Graphen von *f* zwischen *x=a* und *x=b*.

$$Kurvenlänge=\int_a^b\sqrt{1+(y')^2}\,dx = \int_a^b\sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$$

Mittelwert aller Funktionswerte

linearer Mittelwert $\bar{y} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$, quadratischer Mittelwert $\bar{y}_q = \sqrt{\frac{1}{b-a}\int_a^b f^2(x)\,dx}$