Bogenlänge

Mathematik in wxMaxima www.mathematik-verstehen.de Haftendorn Jan 2011

0.1 Handling

0.2 Inhalt

1 Formeln

Achtung: Alle Funktionsterm-Zuweisungen mit :=

1.1 Kartesisch für Funktionen f(x)

(%i23) f(x);

(%o23) $f(x)$

(%i17) integrate(sqrt(1+diff(f(x),x,1)^2), x);

(%o17) $\int \sqrt{\left(\frac{d}{d\,x}\,f(x)\right)^2+1}\,dx$

1.2 Für Parameterdarstellung

(%i19) x(t);y(t);

(%o19) $x(t)$

(%o20) $y(t)$

(%i22) integrate(sqrt(diff(x(t),t,1)^2+diff(y(t),t,1)^2), t);

(%o22) $\int \sqrt{\left(\frac{d}{d\,t}\,y(t)\right)^2+\left(\frac{d}{d\,t}\,x(t)\right)^2}\,dt$

1.3 Für Polardarstellung

(%i25) r(theta);

(%o25) $r(\mathrm{theta})$

(%i26) integrate(sqrt(r(theta)^2+diff(r(theta),theta,1)^2), theta);

(%o26) $\int \sqrt{\left(\frac{d}{d\,\mathrm{theta}}\,r(\mathrm{theta})\right)^2+r(\mathrm{theta})^2}\,d\mathrm{theta}$

2 einige Beispiele

2.1 Archimedische Spirale

(%i27) r(theta):=theta;

(%o27) r(theta):=theta

(%i28) integrate(sqrt(r(theta)^2+diff(r(theta),theta,1)^2), theta);

(%o28) $\frac{\operatorname{asinh}(\text{theta})}{2}+\frac{\text{theta}\sqrt{\text{theta}^2+1}}{2}$

(%i1) integrate(sqrt(t^2+1), t);

(%o1) $\frac{\operatorname{asinh}(t)}{2}+\frac{t\sqrt{t^2+1}}{2}$

(%i2) integrate(sqrt(t^2+1), t,0,2*%pi);

(%o2) $\frac{\operatorname{asinh}(2\,\%\text{pi})+2\,\%\text{pi}\sqrt{4\,\%\text{pi}^2+1}}{2}$

(%i3) %,numer;

(%o3) 21.2562941482091

2.2 Parabel

(%i5) integrate(sqrt(4*x^2+1), x);

(%o5) $\frac{\operatorname{asinh}(2\,x)}{4}+\frac{x\sqrt{4\,x^2+1}}{2}$

(%i6) integrate(sqrt(4*x^2+1), x,0,sqrt(2));

(%o6) $\frac{\operatorname{asinh}(2^{3/2})+3\,2^{3/2}}{4}$

(%i7) %,numer;

(%o7) 2.562007137069414

2.3 Sinus

(%i8) integrate(sqrt(cos(x)^2+1), x);

(%o8) $\int\sqrt{\cos(x)^2+1}\,dx$

Nicht geschlossen lösbar.

2.4 Neillsche Parabel

(%i10) integrate(sqrt(9/4*x+1), x);

(%o10) $$\frac{8\left(\frac{9x}{4}+1\right)^{3/2}}{27}$$

(%i13) integrate(sqrt(9/4*x+1), x,0,4/3);

(%o13) $$\frac{56}{27}$$

(%i14) %,numer;

(%o14) 2.074074074074074

(%i29) neill(x):=x^(3/2);

(%o29) $\mathrm{neill}(x):=x^{3/2}$

(%i30) integrate(sqrt(1+diff(neill(x),x,1)^2), x);

(%o30) $$\frac{8\left(\frac{9x}{4}+1\right)^{3/2}}{27}$$

Parametrisch

(%i31) nx(t):=t^2; ny(t):=t^3;

(%o31) $\mathrm{nx}(t):=t^2$

(%o32) $\mathrm{ny}(t):=t^3$

(%i33) integrate(sqrt(diff(nx(t),t,1)^2+diff(ny(t),t,1)^2), t);

(%o33) $$\int \sqrt{9t^4+4t^2}\,dt$$

(%i35) integrate(sqrt(diff(nx(t),t,1)^2+diff(ny(t),t,1)^2), t,0,2/sqrt(3));

(%o35) $$\frac{56}{27}$$

Ergibt dasselbe, ist aber ungünstiger im Intergal.