Gebrochenrationale Funktion

$$f(x) = \frac{2}{5}\,\frac{(x+2)(x-1)}{x-2} = \frac{2}{5}\,\frac{x^2+x-2}{x-2}$$

$f(x)$ lässt sich nicht kürzen, daher sind die Nullstellen $x=-2$; $x=+1$ und die Polstelle $x=2$ direkt ablesbar.

Grad-Betrachtung $\underset{=\;2\;-\;1\;=\;1}{\text{Zählergrad} - \text{Nennergrad}}$

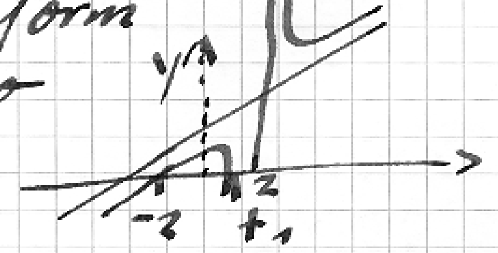
Also wird es eine schräge Asymptoten-Gerade geben.

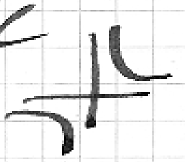
Beschaffung der Division:

$$\begin{array}{l} (x^2+x-2):(x-2) = x+3+\frac{4}{x-2} \\ -(x^2-2x) \\ \quad\quad 3x-2 \\ \quad -(3x-6) \\ \quad\quad\quad 4 \end{array}$$

Also $f(x) = \underbrace{\frac{2}{5}x+\frac{6}{5}}_{\text{Asymptote } y=\frac{2}{5}x+\frac{6}{5}} + \underbrace{\frac{8}{5}\cdot\frac{1}{x-2}}_{\text{einfache Hyperbel}}$

Grundform ist also





Somit muss es zwei Extrema geben.

$$f'(x) = \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{(x-2)^2}\left((2x+1)(x-2)-(x^2+x-2)\cdot 1\right)$$
$$= \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{(x-2)^2}\left(2x^2-3x-2-x^2-x+2\right)$$
$$= \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{(x-2)^2}\left(x^2-4x\right) = \frac{2}{5}\cdot\frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$$

Extremstellen sind also $x=0$ und $x=4$

Ordinaten $f(0)=\frac{2}{5}$; $f(4)=\frac{2}{5}\cdot\frac{6\cdot 3}{2}=\frac{18}{5}=3{,}6$

So passt alles zusammen.

Ha, Okt 05