

Ti nspire Analysis Sinus Wunderdinge

Sinus Wunderdinge

Haftendorn, Nov. 2010

Kurvenschar $f(x) := \begin{cases} x^k \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ ▶ *Fertig* Man muss dies aus den Vorlagen

nehmen. Figur $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, teste $f(0) \rightarrow 0$, $f\left(\frac{2}{\pi}\right) \rightarrow \left(\frac{2}{\pi}\right)^k$, $f\left(\frac{1}{\pi}\right) \rightarrow 0$, passt alles.

Im Graphfenster kann eingetragen werden $f(x) |_{k=1}$ o.ä.. Mit dem Mit-Operator |, am Handheld (touch) bei ctrl =, (grau) eigene Taste, PC eigene Taste mit Alt Gr.

Siehe die Graphfenster an.

Betrachtung der Ableitung als Funktion

$$\frac{d}{dx}(f(x)) \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} k \sin\left(\frac{1}{x}\right) \cos\left(\frac{1}{x}\right) \\ x \end{array} \right\} \cdot x^k, x \neq 0 \quad \triangle \text{ Für } x=0 \text{ ist Ableitungsfunktion}$$

nicht definiert (daher das Warndreieck). Für $0 \leq k \leq 1$ ist $x=0$ Polstelle.

Hier sieht man, dass man die Pole der Ableitung erst beseitigen kann, wenn $k \geq 2$ ist, denn dann fällt der Nenner x^2 weg. Eine stetige Ableitung liegt dann noch nicht vor, da der \cos -Summand unstetig ist. Allerdings existiert der Differentialquotient für $x=0$ (siehe Extraseite) und hat den Wert 0.

Mit $k \geq 3$ erreicht man dann eine stetige Ableitung, da für $x=0$ der Differentialquotient definiert und Null ist und dieser Wert auch als Grenzwert der Ableitung für $x \rightarrow 0$ erreicht wird.

Eine Extraseite befasst sich mit **Differenzen- und Differentialquotient**.

Eine weitere Extraseite befasst sich mit den **Asymptoten**.

Weiter werden die Funktionen im Bereich um den Ursprung mit ihren Begrenzungsfunktionen dargestellt. Die Ableitung ist als verborgene Funktion jeweils vorgesehen.

Eine andere Graphenserie zeigt sie mit den Asymptoten.

Man nennt solche **Funktionen ozillierend**.

Betrachtungen des Differenzenquotienten bei $x=0$

$dq(h) := \frac{f(h) - 0}{h}$ ▶ *Fertig* und dessen Grenzwert für $h \rightarrow 0$

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} (dq(h)) \rightarrow \text{undef} \quad \text{Mehr von Hand: } \lim_{h \rightarrow 0^+} \left(\frac{h^2 \cdot \sin\left(\frac{1}{h}\right)}{h} \right) \rightarrow 0$$

Man sieht, dass der Differentialquotient, also der Grenzwert des Differenzenquotienten erst für $k \geq 2$ existiert.

Damit ist die Ableitung von f für $k \geq 2$ auf ganz \mathbb{R} definiert und es ist eine lohnende Frage, ob die Ableitung für $x=0$ stetig ist. Siehe Seite 1.

Datei **sinus-wunder.tns**

In dieser Datei wird gezeigt, wie die Begriffe Stetigkeit, Differenzierbarkeit und Differentialquotient verwendet werden.

Weiter wird gezeigt, wie man eine stückweise definierte Funktion verwendet.

Diese Seite wird ergänzt von den Ausführungen auf meiner Site im Bereich Analysis-Differentialrechnung

„Sinus zum Wundern“