

In- vs Potenz-Funktion

In-Potenzen und ihr Wachstum

Haftendorn Nov. 2010

Wir betrachten $f(x) := (\ln(x))^2$ ▶ *Fertig* und die Potenzfunktion $p(x) := x^{\frac{1}{5}}$ ▶ *Fertig*

Auf Seite 2 sind die Graphen zu sehen.

Sie regen an die Schnittstellen zu bestimmen.

$\text{solve}((\ln(x))^2 = x^{0.2}, x)$ ▶ $x=0.401413$ or $x=3.05973$ ⚠ Das passt.

Das Warnschild sagt: weitere Lösungen möglich. Wo denn?

Betrachtung des Verhaltens im Vergleich für große x.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{(\ln(x))^2}{x^{0.2}} \right]$ ▶ 0. Das ist aber merkwürdig, das heißt ja, dass die Potenzfunktion stärker

wächst als der \ln^2 , es sieht doch gerade anders herum aus!!!!

Bestimmung des des Grenzwertes mit der Regel von l'Hospital

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{2 \cdot \ln(x)}{0.2 \cdot x^{0.2}} \right] \triangleright 0. \quad \text{und nun} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{2}{0.4 \cdot x^{0.2}} \right] \triangleright 0.$$

beim letzten Term sieht man es auch selbst. Man sieht sogar noch mehr: **Jede noch so hohe Potenz von ln(x) geht langsamer gegen unendlich als jede noch so kleine positive Potenz von x.**

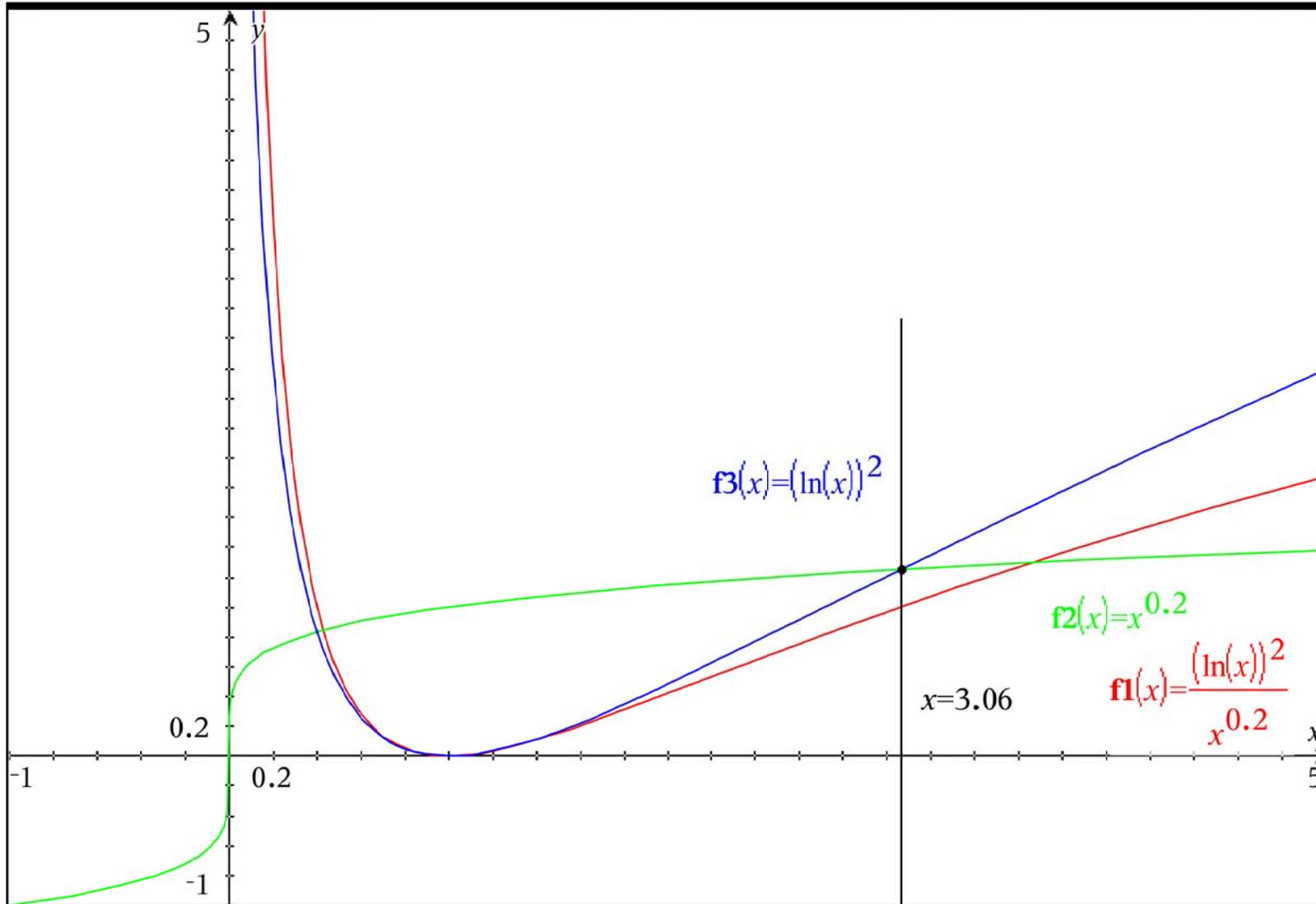
Nun müssen wir rechts noch nach der letzten Schnittstelle suchen. Probieren bringt

$$\mathbf{a} = 1 \cdot 10^{15}: [\mathbf{f(a)} \quad \mathbf{p(a)}] \triangleright [1192.93 \quad 1000.] \text{ und}$$

$$\mathbf{b} = 1 \cdot 10^{16}: [\mathbf{f(b)} \quad \mathbf{p(b)}] \triangleright [1357.29 \quad 1584.89] \text{ und zeigt, wo man suchen muss:}$$

$$\mathbf{nSolve}\left(\left(\ln(x)\right)^2 = x^{0.2}, x, 10^{15}, 10^{16}\right) \triangleright 3.43063\mathbf{E}15$$

Von dieser Einsetzung an liegt also der Graph von f unter dem Graphen von p.



1.3

| | |
|---|-----------------------------|
| $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{(\ln(x))^2}{x^{0.2}} \right)$ | 0. |
| $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2 \cdot \ln(x)}{0.2 \cdot x^{0.2}} \right)$ | 0. |
| $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{0.4 \cdot x^{0.2}} \right)$ | 0. |
| $\text{solve}((\ln(x))^2 = x^{0.2}, x)$ | $x=0.401413$ or $x=3.05973$ |
| $\text{nSolve}((\ln(x))^2 = x^{0.2}, x, 100, \infty)$ | "Keine Lösung gefunden " |
| $a:=1 \cdot 10^{15}: [f(a) \quad p(a)]$ | [1192.93 1000.] |
| $a:=1 \cdot 10^{16}: [f(a) \quad p(a)]$ | [1357.29 1584.89] |
| \square | |
| 7/99 | |

1.4