ln- vs Potenz-Funktion

ln–Potenzen und ihr Wachstum Haftendorn Nov. 2010

Wir betrachten $f(x):=(\ln(x))^2$ ▸ *Fertig* und die Potenzfunktion $p(x):=x^{\frac{1}{5}}$ ▸ *Fertig*

Auf Seite 2 sind die Graphen zu sehen.

Sie regen an die Schnittstellen zu bestimmen.

$\text{solve}\left((\ln(x))^2=x^{0.2},x\right)$ ▸ $x=0.401413$ or $x=3.05973$ ⚠ Das passt.

Das Warnschild sagt: weitere Lösungen möglich. Wo denn?

Betrachtung des Verhaltens im Vergleich für große x.

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{(\ln(x))^2}{x^{0.2}}\right)$ ▸ 0. Das ist aber merkwürdig, das heißt ja, dass die Potenzfunktion stärker wächst als der ln^2 , es sieht doch gerade anders herum aus!!!!

1.1

Bestimmung des des Grenzwertes mit der Regel von l'Hospital

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2\cdot\ln(x)}{0.2\cdot x^{0.2}}\right)$ ▸ 0. und nun $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2}{0.4\cdot x^{0.2}}\right)$ ▸ 0. beim letzten Term sieht man es auch selbst. Man sieht sogar noch mehr: **Jede noch so hohe Potenz von ln(x) geht langsamer gegen unendlich als jede noch so kleine positive Potenz von x.**

Nun müssen wir rechts noch nach der letzten Schnittstelle suchen. Probieren bringt

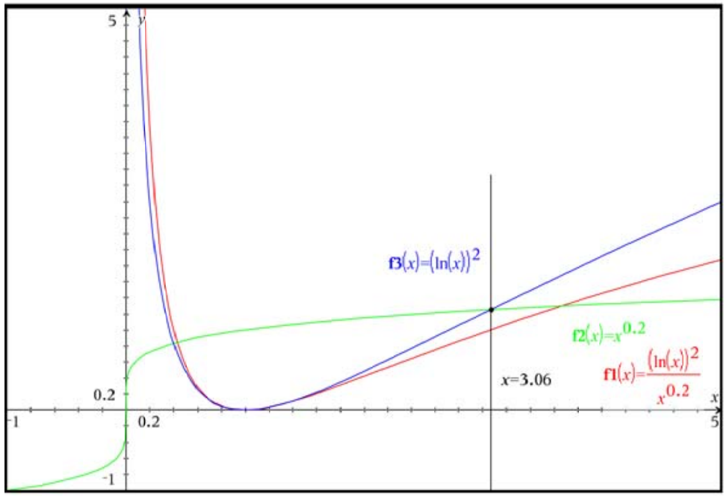
$a:=1.\cdot10^{15}:[f(a)\;\; p(a)]$ ▸ $[1192.93\;\;\; 1000.]$ und

$b:=1.\cdot10^{16}:[f(b)\;\; p(b)]$ ▸ $[1357.29\;\;\; 1584.89]$ und zeigt, wo man suchen muss:

$\text{nSolve}\left((\ln(x))^2=x^{0.2},x,10^{15},10^{16}\right)$ ▸ 3.43063E15

Von dieser Einsetzung an liegt also der Graph von f undter dem Graphen von p.

1.2



1.3

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{(\ln(x))^2}{x^{0.2}}\right)$	0.
$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2\cdot\ln(x)}{0.2\cdot x^{0.2}}\right)$	0.
$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2}{0.4\cdot x^{0.2}}\right)$	0.
$\text{solve}\left((\ln(x))^2=x^{0.2},x\right)$	$x=0.401413$ or $x=3.05973$
$\text{nSolve}\left((\ln(x))^2=x^{0.2},x,100,\infty\right)$	"Keine Lösung gefunden "
$a:=1.\cdot10^{15}:[f(a)\;\; p(a)]$	$[1192.93\;\;\; 1000.]$
$a:=1.\cdot10^{16}:[f(a)\;\; p(a)]$	$[1357.29\;\;\; 1584.89]$

7/99

1.4