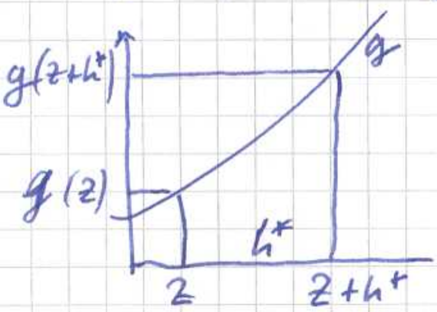
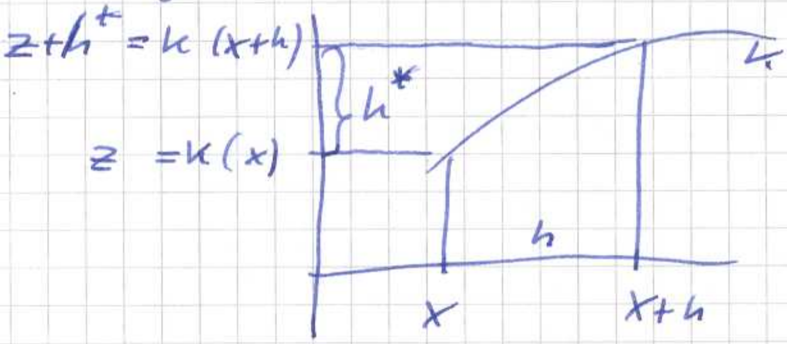
Kettenregel (vereinfachter Beweis)

$$y = f(x) = g(k(x)) = g(z) \text{ mit } z = k(x)$$





$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{g(k(x+h))-g(k(x))}{h}$$

$$= \frac{g(z+h^*)-g(z)}{h}$$

Bem.

$$= \frac{g(z+h^*)-g(z)}{h^*}\cdot\frac{h^*}{h}$$

$h \to 0$

$$= \frac{g(z+h^*)-g(z)}{h^*}\cdot\frac{k(x+h)-k(x)}{h}$$

$h \to 0$ also, weil k stetig $h^* \to 0$ weil g diffbar

$h \to 0$ weil k diffbar

Also existiert Grenzwert.

$$f'(x) = g'(z) \cdot k'(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz}\cdot\frac{dz}{dx}$$

$y = \sin(\sqrt{x})$ $\quad$ $y = \sin(z)$ (g) $\quad$ $z = \sqrt{x}$ (k)

$$y' = \left(\sin(\sqrt{x})\right)' = \cos(z) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Mfa 06/03

$$= \cos(\sqrt{x}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Bem. hier liegt die Vereinfachung darin, dass $h^* = 0$ sein könnte, ohne dass $h = 0$ ist, dann aber hätte man nicht erweitern dürfen. Siehe dazu "Beweis ohne Bruchterme".