Notwendig und hinreichend

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg, 24. April 2007

A, B seien im Folgenden *Aussagen*	
Aussagen sind Sätze, die grundsätzlich wahr oder falsch sind.	"Grundsätzlich" meint, dass die Entscheidung nicht unbedingt leicht sein muss. Z.B. "Auf dem Mars gibt es Leben" , "12345678910111213141516171819 ist Primzahl"
Aussageformen sind Sätze, die Variable enthalten, bei deren konkreter Belegung sie zu Aussagen werden.	$5x-3=17$, $x\cdot y=35$ Belegung x=4, y=7 ergibt 20-3=17 wahre Aussage 4*7=35 falsche Aussage
$A \Rightarrow B$ Implikation, Folgerung *Alle Formulierungen rechts sind richtig, sie sagen alle dasselbe aus.* *Ebenso dieses, das im indirekten Beweis verwendet wird.:* $\neg B \Rightarrow \neg A$	Aus A folgt B. Wenn A gilt, dann gilt auch B. A ist hinreichend für B. Für A muss notwendig B gelten. B ist notwendig für A. B gilt dann, wenn A gilt. A gilt nur dann, wenn B gilt. Wenn B nicht gilt, dann kann auch A nicht gelten.
$A \Leftrightarrow B$ logische Äquivalenz Die Sätze rechts stimmen auch, wenn man A und B vertauscht.	A gilt dann und nur dann, wenn gilt B. A gilt genau dann, wenn gilt B. A ist notwendig und hinreiched für B.
Verneinung, nicht : A , $\neg A$, Regeln: $\neg(A\wedge B)=\neg A\vee\neg B$, $\neg(A\vee B)=\neg A\wedge\neg B$	

Im Folgenden sei f eine reelle Funktion , für die f(a) existiert. f sei in einer Umgebung von a stetig differenzierbar (=diff'bar), unstetige Funktionen, solche mit Knicken und oszillierende Funktionen werden hier nicht betrachtet. Unter Extrema sollen hier nur solche mit waagerechten Tangenten verstanden werden. Randextrema sind nicht einbezogen.

Nr	Aussage	w / f	$\Leftrightarrow$	Bemerkung, Skizze
01	a ist Extremstelle von $f \Rightarrow f'(a)=0$			
02	$f'(a)=0$ ist eine notwendige Bedingung für ein Extremum von f an der Stelle a.			
03	$f'(a)=0 \Rightarrow a$ ist Extremstelle			
04	Wechselt f' an der Stelle a das Vorzeichen, dann hat f dort ein Extremum			
05	$f'(a)=0 \wedge f''(a)\neq 0$ ist eine notwendige Bedingung für ein Extremum von f an der Stelle a.			
06	$f'(a)=0 \wedge f''(a)\neq 0$ ist eine hinreichende Bedingung für ein Extremum von f an der Stelle a.			
07	Hinreichend für ein Extremum von f an der Stelle a ist $f'(a)=0 \wedge f''''(a)\neq 0$			Ergänzen Sie sinnvoll:
08	f hat an der Stelle a ein Extremum genau dann, wenn f' an der Stelle a das Vorzeichen wechselt. (VZW)			
09	Das VZW-Kriterium für f' ist notwendig und hinreichend für ein Extremum von f.			