

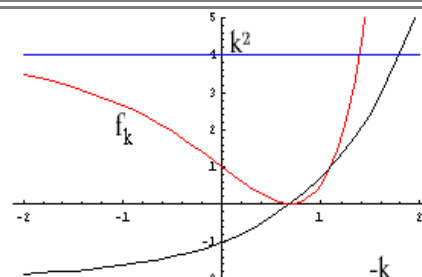
Es gibt auch e-Funktionen mit Kästen.

Dr. Dörte Haftendorn Johanneum

21. Januar 99

Die Schar f_k mit $f_k(x) = (e^x - k)^2$, $k > 0$

ist leicht zu untersuchen, sie kommt daher in vielen Schulbüchern und Aufgabensammlungen vor. Sie eignet sich zur Bestimmung des uneigentlichen Integrals für die Fläche zwischen Kurve und Asymptote.

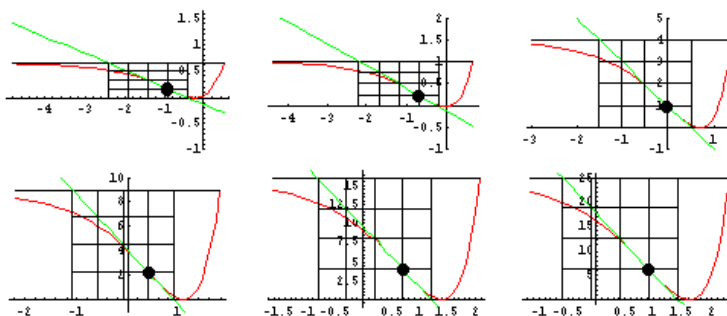


Auch der nebenstehend angedeutete Aufbau des Graphen aus “Bausteinen” ist lohnend.

Die nachfolgend dargestellten besonderen Eigenschaften habe ich aber bisher nirgendwo aufgegriffen gefunden. **Sie zeigen, dass die Anregungen, die dieses Heft für Polynome gibt, durchaus auch für ganz andere Funktionsklassen fruchtbar werden können.**

Was zeigen diese Zeichnungen?

Die Wendetangente markiert durch ihre Schnittpunkte mit der Asymptote und x-Achse ein achsenparalleles Rechteck. Dieses ist stets **zwei Einheiten breit**. Viertelt man es in beiden Richtungen, so liegt der



Wendepunkt auf einer “doppelten Viertelstelle”.

Die links **unbegrenzte Fläche** zwischen Asymptote und Kurve ist $2k^2$ und damit genauso groß wie die Fläche des Kastens.

Auch andere in der Figur vorkommende Flächen haben **erstaunliche Inhalte** und Inhaltsverhältnisse. Diese Flächeninhalte sind ganzzahlige Vielfache der Kastenzellen oder zumindest ihrer Hälften und lassen sich daher schön deuten.

Links unbegrenzter Bereich zwischen Kurve, Asymptote und Schnitt mit Asymptote $F=16$ Zellen = ganzer Kasten = $2k^2$	Bereich zwischen Kurve und Asymptote zwischen Nullstelle und Schnitt mit Asymptote $F=4$ Zellen
Bereich zwischen Kurve und Asymptote zwischen Wendestelle und Nullstelle $F=5$ Zellen	Links unbegrenzter Bereich zwischen Kurve, Asymptote und Wendetangente $F=5$ halbe Zellen
Bereich zwischen Kurve und Asymptote zwischen Wendestelle und minus Unendlich $F=7$ Zellen	Links unbegrenzter Bereich zwischen Kurve, Asymptote und linker Kastengrenze (z.B.) ist inkommensurabel mit den Kastenzellen, was zeigt, dass die anderen Eigenschaften “besonders” sind.

Bestimmt habe ich nicht alles gefunden, sicher gibt es Verallgemeinerungen.