

Astroide

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Juni 09 Update 19.06.09

www.mathematik-verstehen.de <http://haftendorn.uni-lueneburg.de>

#####

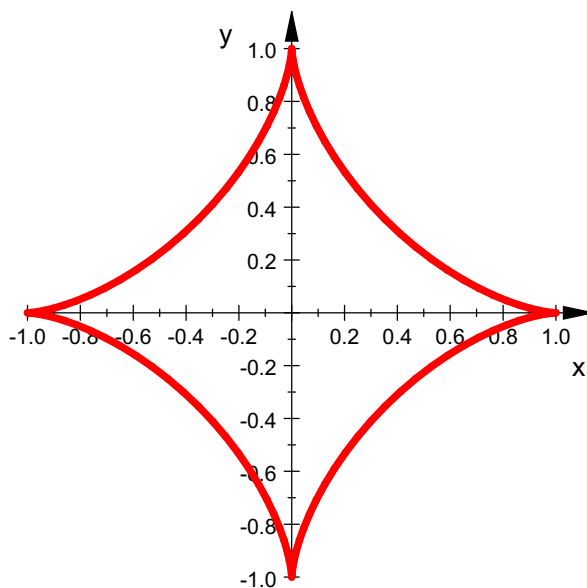
```
xx:=t->cos(t)^3;
```

```
yy:=t->sin(t)^3;
```

```
t → cos(t)3
```

```
t → sin(t)3
```

```
astro:=plot::Curve2d([cos(t)^3,sin(t)^3],t=0..2*PI,  
Scaling=Constrained,LineWidth=1,LineColor=[1,0,0]):  
plot(astro)
```



```
yy'(t);xx'(t);
```

```
yy'(t)/xx'(t)//Steigung bei t
```

```
3 · cos(t) · sin(t)2
```

```
- 3 · cos(t)2 · sin(t)
```

```
-  $\frac{\sin(t)}{\cos(t)}$ 
```

#####

Fläche der Astroide

```
2*int(yy'(t)*xx(t)-yy(t)*xx'(t),t);
```

```
2*int(yy'(t)*xx(t)-yy(t)*xx'(t),t=0..PI/2);
```

```
 $\frac{3 \cdot t}{4} - \frac{3 \cdot \sin(4 \cdot t)}{16}$ 
```

```
 $\frac{3 \cdot \pi}{8}$ 
```

Mehr von Hand:

```
int(sin(t)^2*cos(t)^4, t);  
int(sin(t)^4*cos(t)^2, t);
```

$$\frac{t}{16} + \frac{\sin(2 \cdot t)}{64} - \frac{\sin(4 \cdot t)}{64} - \frac{\sin(6 \cdot t)}{192}$$

$$\frac{t}{16} - \frac{\sin(2 \cdot t)}{64} - \frac{\sin(4 \cdot t)}{64} + \frac{\sin(6 \cdot t)}{192}$$

```
float(3/8*PI)
```

1.178097245

```
6*int(sin(t)^2*cos(t)^4+sin(t)^4*cos(t)^2, t=0..PI/2);
```

$$\frac{3 \cdot \pi}{8}$$

#####

Länge der Astroide

```
4*int(sqrt(xx'(t)^2+yy'(t)^2), t);  
L:=4*int(sqrt(xx'(t)^2+yy'(t)^2), t=0..PI/2)
```

$$4 \cdot \int 3 \cdot \sqrt{\cos(t)^4 \cdot \sin(t)^2 + \cos(t)^2 \cdot \sin(t)^4} dt$$

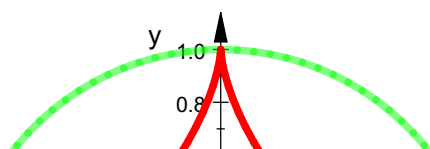
6

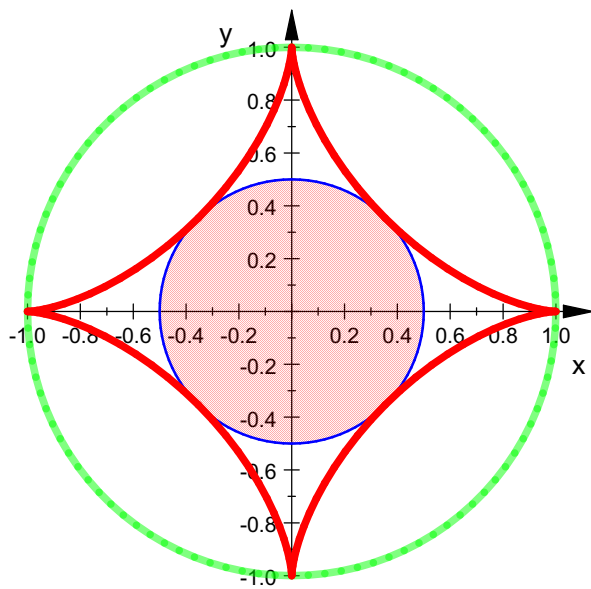
Bei dem Integral muss man $\cos \cdot \sin$ herausziehen, dann geht es leicht.

#####

```
xx:=t->cos(t)^3;  
yy:=t->sin(t)^3
```

```
astro:=plot::Curve2d([cos(t)^3,sin(t)^3],t=0..2*PI,  
Scaling=Constrained,LineWidth=1,LineColor=[1,0,0]):  
kr:=plot::Circle2d(1/2,[0,0],Filled=TRUE,  
Scaling=Constrained):  
Gk:=plot::Circle2d(1,[0,0],  
Scaling=Constrained,LineColor=[0,1,0,0.5],LineWidth=1):  
plot(Gk,kr,astro)
```





Die Hälfte des kleinen Kreises kann man auf die vier Zipfel der Astroide verteilen. Sie ist als anderthalb mal so groß wie der Kreis. Der kleine Kreis und die Astroide zusammen sind genau so groß wie die vier grünen Zigarren.