Scherung durch Geradenaddition mit GeoGebra

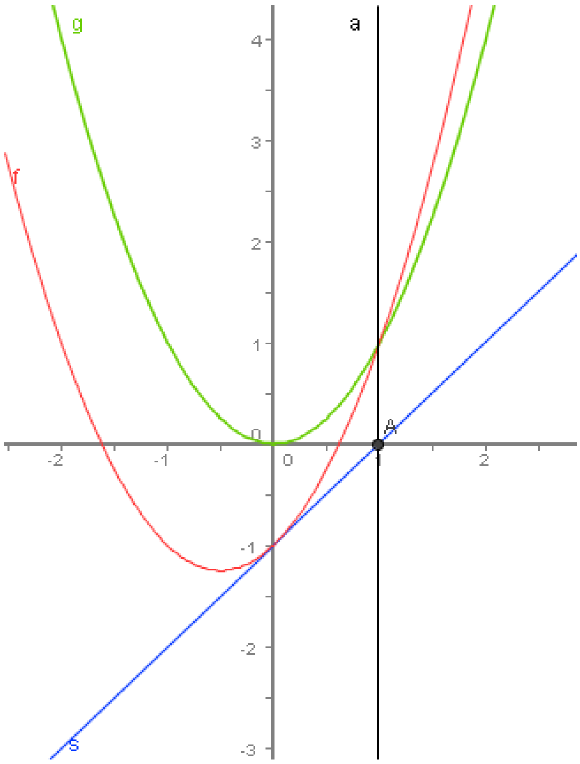
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Uni Lüneburg, 24. September 2004

Definiere in GeoGebra eine Funktion

mit $g(x)$, eine Gerade $s(x) = m\,x + b$

oder $s(x) = m(\,x - a)$ mit Parametern

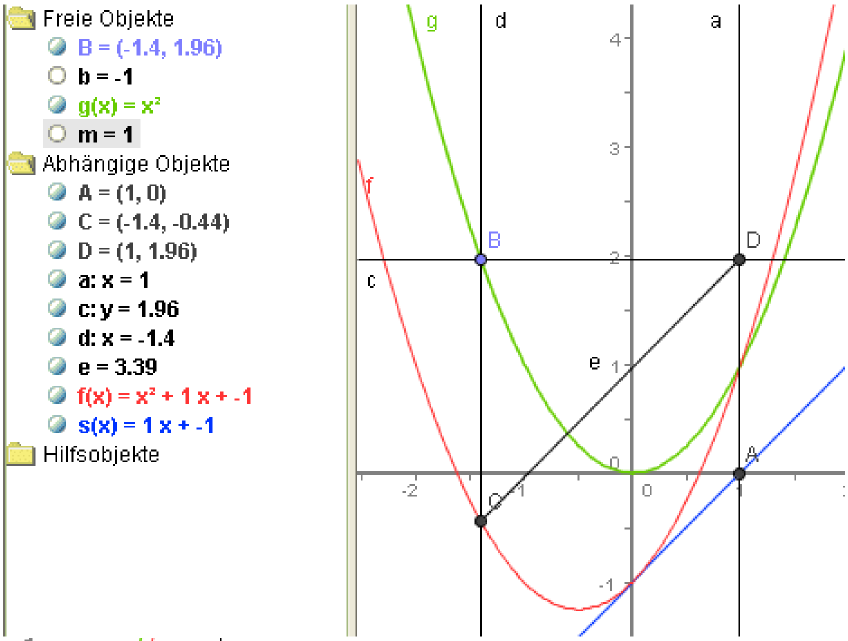
und die Addition $f(x) = g(x) + s(x)$.



Behauptung:
Durch die Addition der Geraden s wird g nach f geschert. Scherachse a ist die Senkrechte in der Nullstelle a von s. Scherwinkel ist der Steigungswinkel der Geraden.

Definition: Bei der Scherung an einer Geraden a wandern alle Punkte parallel zu so, dass sie Ihr Lot um den festen Scherwinkel kippen.

Verdeutlichung:
Setze auf g einen Punkt B. Fälle das Lot auf und a und auf die x-Achse. Es entstehen als Schnittpunkte mit a b.z.w. mit f die Punkte D und C. Bewege B und beachte, dass CD stets parallel zu $D = (a, g(x))$ s ist.



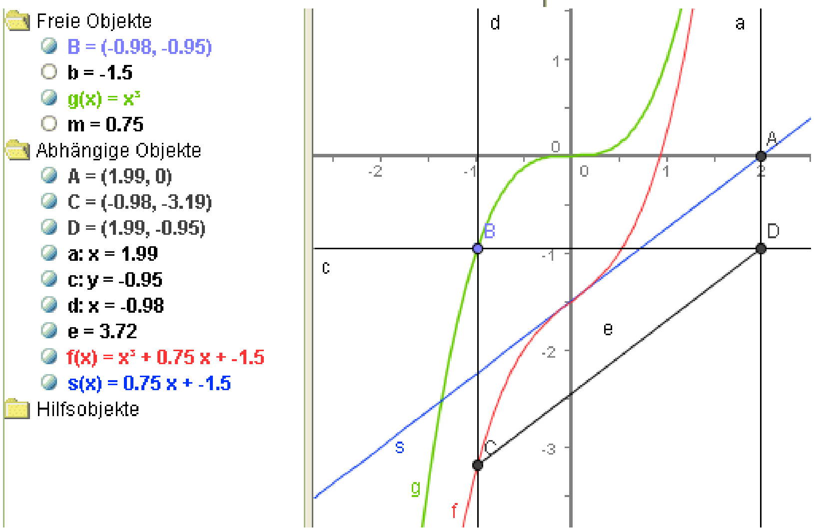
Beweis:

$$D = (a, g(x)) \qquad C = (x, g(x) + s(x))$$

Steigung(CD)= $= \dfrac{g(x) + s(x) - g(x)}{x - a} =$

$$= \frac{s(x)}{x - a} = \frac{m(x - a)}{x - a} = m$$

Damit ist die Behauptung für alle x ungleich a gezeigt. Für x=a schneiden sich f und g. ,da s(a)=0 gilt.
Bei der Verwirklichung mit GeoGebra ist dieser Zusammenhang eindrucksvoll durch ziehen an A und



Parametervariation demonstrierbar. Man kann zudem einfach bei g eine andere Funktion eintragen.
Scherungen sind teilverhältnistreu, flächentreu und wendepunkttreu. Daher gelten die bewiesenen Eigenschaften für gerade Kästen ebenso wie für schräge..
Alle Beweise sind in meinen Vorträgen angedeutet und in meinem Heft “Polynome im Affenkasten” ausgeführt. Dort zeigt sich auch dass alles ebenso für Polynome 3. Grades ohne Extrema gilt.

www.doerte-haftendorn.de