Aufgabe 1 Extremwerte

Gegeben ist eine Funktionenschar $f_k(x) := x^2(x-5)+k\,x$ mit $k \geq 0$.

a) Entwickeln Sie mehrere Graphen der Schar durch die Auffassung, dass f_k aus einer einfach zu erfassenden Grundfunktion durch Scherung entsteht.

b) Verbalisieren Sie die sich dadurch ergebenden Eigenschaften.

c) Bestimmen Sie von Hand die Nullstellen in Abhängigkeit von k.

d) Für kleinere k ergibt sich zwischen den beiden linken Nullstellen ein positiver Flächeninhalt zwischen dem Graphen von f_k und der x-Achse. Stellen Sie aus einem geeigneten Ansatz mit Ihrem Werkzeug die zugehörige Flächenfunktion A=A(k) auf und zeichnen Sie deren Graphen unter Verwendung einiger numerisch (mit TI) bestimmter Werte.

e) Welches ist der maximale Flächeninhalt, der in d) zustande kommt?

---

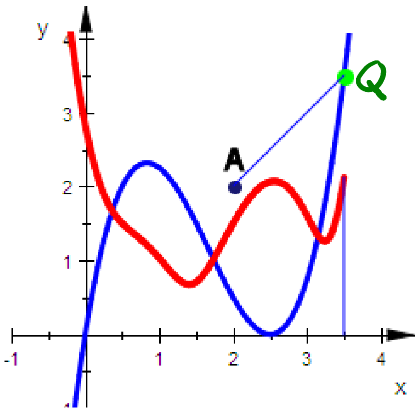
f) f_k schneidet die Scherungsgerade in einem Punkt S_k. Welche Eigenschaften haben S_k und die von der Scherungsgeraden und f_k zwischen dem Ursprung und S_k eingeschlossene Fläche. Für welches k ist diese Fläche am größten? Antworten Sie schlüssig auf die Ihnen am besten erscheinende Weise.

---

g) Es geht im Folgenden um die Funktion

g mit $g(x) := x\left(x-\frac{5}{2}\right)^2$.

Für welches k ist sie eine der obigen Scharfunktionen?



h) Dargestellt ist rechts zusätzlich zu g die Abstandsfunktion h, die einem beliebigen (grünen) Punkt Q(x/ g(x)) seinen Abstand vom festen Punkt A=(2 / 2) zuordnet. Stellen Sie eine Funktionsgleichung für h auf und beschaffen Sie numerisch mit Ihrem Werkzeug auf beliebige Art erläutert die Extrempunkte von h.

i) Stellen Sie sich in einer Realisation in GeoGebra einen Kreis um A vor, den man aufziehen kann. Skizzieren Sie diejenigen Kreise, die etwas mit dem Extremalproblem aus g) zu tun haben.

j) Gibt es noch andere didaktisch sinnvolle Hilfen für die experimentelle Arbeit mit GeoGebra?