Staatsex. Mrz 07 Aufg. 2 Stochastik

(1) Vierfeldertafel

	Knie steif	gesund	
Bisherin	5	10	15
Mathenol	2	19	21
	7	29	36

$\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ der Bisherin-Gr. hat steifes Knie

$\frac{2}{21} \approx \frac{1}{10}$ " Mathenol-Gr. " " "

Das sieht günstiger für Mathenol

H_1 aus und es ist interessant zu fragen, ob dieser Ausfall signifikant ist oder noch im Rahmen üblicher Zufallsschwankungen liegt. ← H_0

Doppelblind-Versuch heißt, dass weder die Patienten noch die Ärzte wissen, wer welches Medikament bekommt.

Erst nach Abschluss des Versuchs, nachdem auch geklärt ist ob ein Knie nun steif ist oder nicht, wird die Aufteilung der Gruppen bekannt.

Es gibt $\binom{15}{5} = nCr(15,5) = 3003$ Mgl. 5 Steif-Personen aus 15 B-Pers. zu wählen

" " $\binom{21}{2} = \frac{21 \cdot 20}{1 \cdot 2} = 210$ Mgl. die restl. 2 Steif-P. aus 21 M-P. zu wählen

" " $\binom{36}{7} = 8347680$ Mgl. überhaupt 7 Steif-P. aus 36 zu wählen

$P\left(\frac{5}{2}\Big|\frac{10}{19}\right) = \frac{\binom{15}{5}\binom{21}{2}}{\binom{36}{7}} = \frac{3003 \cdot 210}{8347680} = 0{,}075546$

Noch günstiger für die Entwickler von Mathenol wären die Tafeln $\frac{6}{1}\Big|\frac{9}{20}$ und $\frac{7}{0}\Big|\frac{8}{21}$ gewesen. alle $\alpha = 8{,}3\%$

H_0 wird beibehalten H_1 wird verworfen

α = Wahrsch. für den Versuchsausgang und für im Sinne der Forschungshypothese noch günstige Fälle. $> 7{,}55\%$ und damit α sowieso zu groß.

Nullhypothese H_0 Beide Medikamente sind gleich gut. Der Anteil steifer Knie ist bei beiden gleich.

Forschungshyp. H_1: Mathenol schützt besser vor steifen Knie zu Aufgabe 2

2) Binomialtest mit Mathenolgruppe

$n = 21$ ja/nein Knie steif oder nicht

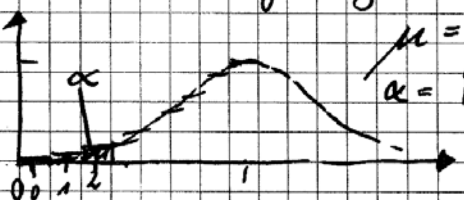
! p konstant wegen doppelblind ! p, W., dass das Knie eines Patienten steif wird

H_0 $p \geq \frac{1}{3}$ * X = Anz. Patienten mit steifem Knie nach dem Versuch.

H_1 $p < \frac{1}{3}$ Die W. für ein steifes Knie ist mit Mathenol kleiner als sonst.

* H_0 Der Anteil der Personen mit steifem Knie ist unverändert.

Versuchsausgang: 2 Steife Knie von 21



$\mu = n \cdot p = \frac{21}{3} = 7$

$\alpha = P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$

$= 0{,}02\% + 0{,}21\% + 1{,}05\%$

$= 1{,}28\%$

Kritisches Gebiet = $\{0, 1, 2\}$

Antwort im Pharmablatt: Auf einem Signifikanzniveau von 1,3% konnten wir nachweisen, das Mathenol besser vor dem Versteifen des befallenen Knies schützen kann.

③ $t = 50\,h \pm 4\,h$ bisherige Zersetzungszeit

i	t in h	$t - \bar{t}$	$(t-\bar{t})^2$	t^2
1	46	0,4	0,16	2116
2	47	1,4	1,96	2209
3	43	2,6	6,76	1849
4	44	0,4	0,16	1936
5	48	2,4	5,76	2304
	228 h		17,2	10414

$:5$ $s^2 = \frac{1}{4} \cdot 17{,}2$ $s^2 = \frac{1}{4}(10414 - 5 \cdot 45{,}6^2)$

$\bar{t} = 45{,}6\,h$ $s^2 = 4{,}3$ $s^2 = 4{,}3$

Mittelwert $:\sqrt{5}$ $s = 2{,}073644$

$\frac{s}{\sqrt{5}} = 0{,}927$

Neue Haltbarkeitszeit.

Messwert $t = 45{,}6\,h \pm 0{,}93\,h = 46\,h \pm 1\,h$

zu Aufgabe 2

Weiter Teil 3) b) Gaußtest Man nimmt an, die Daten sind normal verteilt

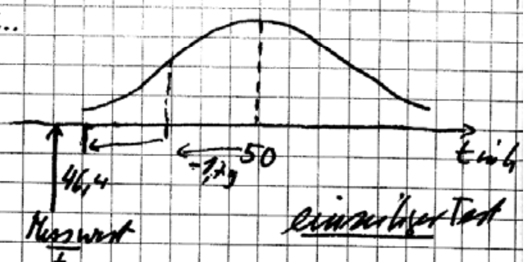
H_0 Der Mittelwert ist weiterhin $\mu = 50$ h
und $\sigma = 4$ h für Einzelwert, Standardabweichung

H_1 $\mu < 50$ h Die Tinktur zersetzt sich nun schneller.

Unter H_0 $\frac{\sigma}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = 1{,}7888\ldots$

$2\frac{\sigma}{\sqrt{5}} = 3{,}577\ldots \approx 3{,}6$

Alternativ
$z = \frac{\bar{t}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{45{,}6-50}{1{,}7888} = -2{,}456$
low. V. -5
up. -2,456
$\mu = 0$
$\sigma = 1$



Damit sieht man schon hier dass der Mittelwert signifikant $\alpha < 2{,}25\%$ gesunken ist.

Genauer

$\alpha = P(\bar{t} \leq 45{,}6\ \text{h}) = 0{,}7\%$ T_1 Normal CDF
lower V. -20
upper V 45,6
μ 50
σ 1,7888
ergibt $\alpha = 0{,}006752 \approx 0{,}7\%$

~~Also~~ zersetzt sich die Tinktur hochsign. ($\alpha = 0{,}01$) schneller als früher.

$\underline{t}$-Test Hypothesen wie oben, Prüfgröße

$\underline{t} = \left|\frac{\bar{t}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}\right| = \left|\frac{45{,}6-50}{0{,}927}\right| = 4{,}7446$

$\underline{t}$ zur Unterscheidung von der Kennzeit t

Freiheitsgrade $FG = n-1 = 4$ t-CDF
$\alpha = 0{,}45\%$
lowerV. 4,744
upper V 50
FG 4
ergibt $0{,}0045 = 0{,}45\%$

Auch der (schwächere) t-Test ergibt eine hochsignifikante Verschlechterung der Haltbarkeit.

F-Test $s_1 = 4$ $FG_1 = \infty$ Prüfgröße $F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = 3{,}72$
$s_2 = 2{,}07$ $FG_2 = 4$
zweiseitiger Test $\alpha = 20\%$

F-CDF
low. V. 3,72
upp V 50
num df 999
den df 4
ergibt $\alpha = 0{,}10$ einz.

Keine sign. Änderung der Streuung

zur Aufgabe 2)

Teil 4) Chiquadrat-Test χ^2

5 Aufzüge Frage kommen sie im Mittel gleich oft?

Merkmal Aufzug	i	gem. Häuf. N_i	theo. p_i	theo Häuf. H_i	$N_i - H_i$	$(N_i - H_i)^2$	$\frac{(N_i - H_i)^2}{H_i}$
A	1	3	20%	4	−1	1	0,25
B	2	2	20%	4	−2	4	1
C	3	3	20%	4	−1	1	0,25
D	4	10	20%	4	6	36	9
E	5	2	20%	4	−2	4	1
		20				46	$11{,}5 = \chi^2$

Chisquare lower V 11,5
upp V 100
df 4

ergibt $\alpha = 0{,}021 = 2{,}1\%$

Die von Dr. Kluge beobachtete Aufzug-Ankunftsverteilung weicht signifikant ($\alpha \approx 2\%$) von einer Gleichverteilung ab.