Staatsexamen Mrz 07 Aufgabe 3

Didaktik der Wirtschaftsmathematik

a) Bereiche I II III IV

0 2000 4000 10000 16000

Funktionsgleichungen

Bereich I $s_1'(x) = 0$ 1

II $s_2'(x) = \frac{0{,}2}{2000}(x-2000)+0{,}2$

$= \frac{1}{10\,000}x - 0{,}2 + 0{,}2$ $\quad s_2'(x) = \frac{1}{10000}x$ 3

III $s_3'(x) = \frac{0{,}2}{6000}(x-4000)+0{,}4$

$= \frac{1}{30\,000}x - \frac{2}{15} + 0{,}4 = \frac{1}{30\,000}x + \frac{4}{15} = s_3'(x)$ 4

IV $s_4'(x) = 0{,}6$ 1

Einkommen 8000 Taler $s_3'(8000) = \frac{8000}{30000} + \frac{4}{15} = \frac{8}{15} = 0{,}533\ldots$

(Grenzsteuersatz für 8000 Taler) = 0,533 Taler, die man 2

für den nächsten verdienten Taler zu zahlen.

b) Steuerfunktion s ist zu bestimmen

(A) durch Integration und Anpassen der Stammfkt.

Das wird in c) durchgeführt. , Kontinuierliches Steuermodell

(B) durch ein diskretes Steuermodell, Verfolgung der Steuern für jeden einzelnen Taler und Summierung

Bereich I Steuer = 0 Bereich II 1. Taler : $s_2'(2000) = 0{,}2 = 20\%$

Für den ersten Taler, für den man zahlen muss, werden 0,2 Taler Steuern fällig

Einkommen	Steuern für diesen Taler	zusammen Steuern
2000	0,2	0,2
2001	0,2001	0,4001
2002	0,2002	0,6003
⋮	⋮	⋮
x	$\frac{1}{10\,000}x$	Aufsummiert

Realisierung in der Tab.kalk.

z.B. Excel

zu 3 b)

In dem diskreten Modell kann gut verstanden werden, was "Grenzsteuersatz" bedeutet.
Allerdings ist die gesamte Untersuchung diskret nicht günstig, da sich tausende von Zeilen ergeben.
Erfundene Beispiele mit kleinem "Einkommen" sind ungünstig, weil diskretes und kont. Vorgehen zu verschiedenen Ergebnissen führen.

zu 3) c) Bestimmung der Steuerfunktion. s

Der Grenzsteuersatz ist stückweise zu integrieren und die Integrationskonstanten sind so anzupassen, dass s stetig wird.*

I $S_1'(X)=0 \Rightarrow \boxed{S_1(X)=0}$ Bed. $S(0)=0$

II $S_2(X)=\int S_2'(x)\,dx+C_2=\frac{1}{10000}\cdot\frac{1}{2}X^2+C_2$ J 2

$S_2(2000)=S_1(2000)=0 \Leftrightarrow \frac{2000^2}{2\cdot 10000}+C_2=0$ 1

$C_2=-200$

0,00005 Also $\boxed{S_2(X)=\frac{1}{20000}X^2-200}$

III $S_3(x)=\int S_3'(x)\,dx+C_3=\frac{1}{60000}x^2+\frac{4}{15}x+C_3$ J 3

$S_3(4000)=S_2(4000) \Leftrightarrow \underbrace{\frac{4000^2}{60000}+\frac{16000}{15}}_{\frac{4000}{3}}+C_3=\underbrace{\frac{4000^2}{20000}-200}_{600}$

$\Leftrightarrow C_3=-\frac{2200}{3}$

$\boxed{S_3(x)=\frac{1}{60000}x^2+\frac{4}{15}x-\frac{2200}{3}}=0{,}00001\bar{6}x^2+0{,}2\bar{6}x-733{,}\bar{3}$ 2

IV $S_4(x)=\int S_4'(x)\,dx+C_4=0{,}6x+C_4$ J 2

$S_4(10000)=S_3(10000) \Leftrightarrow 6000+C_4=3600$

$C_4=-2400$ 1

$\boxed{S_4(X)=0{,}6x-2400}$

* Dies stellt eine gewisse Schwierigkeit dar, weil es nicht "von allein" richtig wird. Es ist aber mathematisch und ökonomisch interessant.

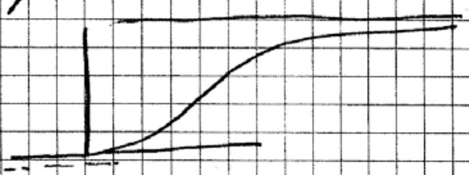
zu 3d) (i) Schüler könnten eine "glattere" Grenzsteuerfunktion "natürlicher" finden. vielleicht auch "gerechter".

(ii) Der Eingangssteuersatz sollte nicht gleich auf 20% springen sondern von 0 anwachsen

(iii) Aus Gründen der Gerechtigkeit sollte man auch schon für kleine Einkommen etwas Steuern zahlen.

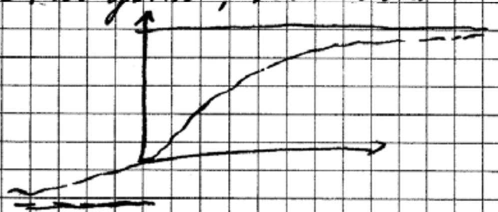
Als Funktionen können sich eignen

logistische Kurve, etwas verschoben

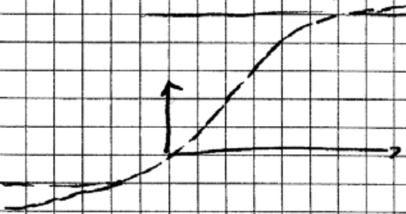


jeweils angepasst durch Streckungen.

ArcTangens, verschoben



Umkehrfunkt einer passenden Polynoms 3. oder 5. Grades



e) Modellierungskreislauf

Welt
reale Situation

Wunsch nach
ökonomisch
sinnvollen, gerechten
Steuern!

Situationsmodell

Erhebung als
Funktion des
Einkommens
mit passenden
Eigenschaften

Math. Modell

passende
Funktionen
als Grenzsteuersatz

Berechnung

Math. Lösung

Steuerfunktion

Prüfung
Ausführung

Thema sinnvoll
Modellierung
Analysis Bedeutung
Integrale
Kontinuierlich
diskret
Rechnen nach
sinnvollem Einsatz TK, GTR