

Aufgabe 2 Analysis

Es geht um die Kurvenschar g mit $g(x,t) = -(x-5t)^2 + 5t^2$ und ihre Hüllkurve.

- a) Was kann man sofort über den Kurventyp g und seine Eigenschaften sagen? Wie unterscheiden sich die Kurven für negative t von denen für positive t ? Skizzieren Sie von Hand einige Graphen etwa im Abszissenbereich $[-8;8]$.
- b) Bestimmen Sie die Hüllkurve der Kurvenschar mit zwei verschiedenen Methoden und erläutern Sie die Methoden mit Hilfe je einer Skizze.**
- c) Bestimmen Sie die Nullstellen x_1 und x_2 von $g(x,t)$ und integrieren Sie in g zwischen x_1 und x_2 . Ergebnis zur Sicherheit $\frac{20}{3}\sqrt{5}t^3$. CAS möglich.
- d) Rechts ist die eben bestimmte Fläche blau ausgefüllt dargestellt. Das andere Kurvenstück gehört zur Hüllkurve. Zeigen Sie, dass die schraffierte Fläche ebenfalls diese Größe (aus c)) hat. CAS möglich. Formulieren Sie dies in Worten.
- e) Mathusalem möchte für seine Schüler aus den Funktionen dieser Aufgabe ein $g(x,t)$ wählen, bei dem sowohl t ($t>0$) als auch die Nullstellen x_1 und x_2 rational sind. Begründen Sie mit Argumenten aus der Algebra, warum das nicht gelingen kann. Können Sie ihm denn ein nicht-rationales t nennen, für das wenigstens eine Nullstelle rational ist?

